PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

vereinigt mit dem

JAHRBUCH DER RADIOAKTIVITÄT UND ELEKTRONIK

Nr. 4 — 15. Februar 1934 — Redaktionsschluß für Nr. 6 am 1. März 1934. — 35. Jahrgang

INHALT:

Vorträge von der 17. Tagung des Gauvereins Thüringen-Sachsen-Schlesien der Deutschen Physikalischen Gesellschaft am 8. und 9. Januar 1934 zu Halle a. S.:

P. Wenk und M. Wien, Eine neue Form von Hochfrequenzwiderständen. S. 145.

R. Suhrmann und D. Dempster, Neue Beobachtungen über den spektralen selektiven Photoeffekt bei tiefen Temperaturen. S. 148.

F. Matossi, Über die Polarisation der Rayleighschen Streustrahlung in Kristallen. S. 148.

Abhandlungen:

E. Reichenbächer, Über den Zusammenhang der Wellengleichung II. Ordnung mit einem äquivalenten System von Gleichungen I. Ordnung und die Deutung dieses Zusammenhanges in einer nichtriemannschen Differentialgeometrie. S. 150.

M. Toepler, Über den Lichtstoß (Strahlstoß) des Funkens. S. 161.

A. Gemant, Schallisolation plastischer, flüssiger und gekörnter Stoffe. S. 167.

H. Lassen, Flächengitterinterferenzen mit Elektronenstrahlen an dünnen Silberschichten. S. 172.

E. Hiedemann, Historische Bemerkung zu den Notizen von J. Zahradníček über die Messung des absoluten thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten. S. 175.

Besprechungen:

L. Lichtenstein, Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten. S. 175.

E. Säenger, Raketenflugtechnik. S. 175.

Veröffentlichungen des wissenschaftlichen Zentral-Laboratoriums der photographischen Abteilung, Agfa. S. 176.

Berichtigung. S. 176.

Nachrichten. S. 176.

VORTRÄGE VON DER 17. TAGUNG DES GAUVEREINS THÜRINGEN-SACHSEN-SCHLESIEN DER DEUTSCHEN PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT AM 8. UND 9. JANUAR 1934 ZU HALLE A. S.

P. Wenk und M. Wien (Jena), Eine neue Form von Hochfrequenzwiderständen.

Bei den gewöhnlichen Drahtwiderständen wirken in Wechselstromkreisen die Selbstinduktion und Kapazität störend. Man kann die Selbstinduktion verkleinern, indem man derartige Widerstände bifilar wickelt, jedoch wird dadurch die Kapazität vergrößert. Durch bekannte Spezialwicklungen (Chaperon, Wagner und Wertheimer) kann man die Störungen auf ein Minimum herabdrücken, so daß man diese Rheostaten bis zu Kreisfrequenzen von etwa 10^8 gebrauchen kann, bei höheren Frequenzen treten aber erhebliche Fehler auf[1]).

Da in der letzten Zeit bei den physikalischen Messungen immer höhere Frequenzen bis zu 10^9 angewandt werden, so ist ein Bedürfnis vorhanden, auch für diese kurzen Wellen brauchbare Widerstände zu erhalten.

Ein einwandfreier Widerstand muß folgende Eigenschaften gleichzeitig besitzen:

Konstanz, hohe Belastbarkeit, geringe Selbstinduktion und Kapazität, kleinen Skineffekt, niedrigen Temperaturkoeffizienten, keine merkliche Thermokraft, keine dielektrischen Verluste.

Es ist mehrfach der Versuch gemacht worden, für Hochfrequenz brauchbare Widerstände herzustellen. So hat einer von uns vorgeschlagen[1]), sehr dünne Manganindrähte, die zwischen zwei Kupferkappen eingelötet (vgl. Fig. 1) und durch eine Hartgummihülse geschützt sind, zu verwenden. Geringe Belastbarkeit und verhältnismäßig hohe Selbstinduktion sind Fehler dieser Widerstände.

1) M. Wien, Jahrb. d. drahtl. Tel. **37**, 169, 1930.

1) M. Wien, a. a. O.

Von Siemens & Halske[1]) sind Karbowidwiderstände hergestellt, die aus dünnen kristallinischen Kohleschichten bestehen. Andere Firmen stellen ähnliche Widerstände her.

A. Krüger[2]) hat Widerstände durch Kathodenzerstäubung von Edelmetallen hergestellt, insbesondere für ganz hohe Ohmzahlen. Schließlich sei auch noch auf Flüssigkeitswiderstände der Vollständigkeit halber hingewiesen. Alle diese Widerstände erfüllen wohl in dem einen oder dem anderen Punkte unsere oben aufgestellten Forderungen, jedoch nicht alle gleichzeitig.

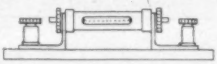

Fig. 1.

Wir haben nun versucht, durch Kathodenzerstäubung Widerstände in der Größe von 0,1 bis 10^9 Ohm herzustellen, die den obigen Ansprüchen genügen.

Von besonderer Bedeutung sind bei derartigen Widerständen einmal der Träger der Metallschicht, das Metall oder die Metallegierung selbst und die Anschlüsse.

Als Träger der Metallschicht erwies sich besonders günstig das neue Porzellan „Calan", ein hochmagnesiumhaltiges Silikat der Firma Hescho, Hermsdorf. Neben einer gleichmäßigen glatten Oberfläche besitzt es einen sehr kleinen Ausdehnungskoeffizienten und hat auch bei Hochfrequenz keine merklichen dielektrischen Verluste. Die Träger wurden uns als kleine Zylinder von 42 mm Länge, 8 mm Durchmesser und 0,1 mm Wandstärke geliefert. Natürlich sind auch andere Größen herstellbar. Auf beide Enden der Zylinder sind Kupferringe aufgebrannt, die einen sicheren Kontakt zwischen Metallschicht und Metallkappe ermöglichen.

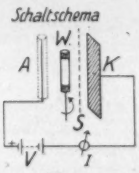

Fig. 2.

Der Aufbau des Kathodenzerstäubungsapparates ist aus Fig. 2 ersichtlich. Die Zerstäubung der Metalle wird in einem Rezipienten in Stickstoffatmosphäre bei einem Druck von etwa $4 \cdot 10^{-3}$ mm Quecksilber vorgenommen. Die Kathode wird jedesmal durch Vorzerstäuben gereinigt. Eine Schutzwand S verhindert zunächst die Bestäubung des Porzellankörpers. Eine automatische Auslösung beseitigt später S. Das Calanröhrchen rotiert während der Bestäubung mit gleichmäßiger Geschwindigkeit, gleichzeitig ist eine Anordnung getroffen, um den jeweiligen Wert des Widerstandes während der Bestäubung zu bestimmen, so daß die Bestäubung rechtzeitig bei dem gewünschten Wert unterbrochen werden kann.

Die Kathode besteht aus zwei parallel geschalteten Einzelelektroden, um Legierungen herstellen zu können. Nach den bisherigen Versuchen hat sich als geeignetste Legierung Platin-Silber erwiesen. Durch passende Wahl der Größen der Einzelelektroden ist man in der Lage, auf dem Calanröhrchen die geeignete Metallmischung zu erhalten, die unter normalen Bedingungen einen konstanten Widerstandswert bei kleinem Temperaturkoeffizienten (etwa 10^{-4}) besitzt. Um bei sehr großen Widerstandswerten allzu dünne Schichtdicken zu vermeiden, wird die Metallschicht auf den Tragkörper gewendelt ausgebracht. Die kleine Vermehrung der Selbstinduktion durch die Wendelung ist bei diesen großen Widerständen unbedenklich. Siemens & Halske erreicht diese Ausführung durch nachträgliches Aufschneiden der leitenden Schicht; wir erreichen die Wendelung durch Blendenwirkung während der Bestäubung. Die Fig. 3 zeigt die Ausführung der Widerstände.

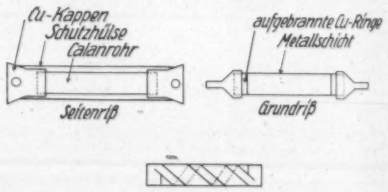

Fig. 3.

Die genauere Abgleichung der Widerstände geschieht nachträglich durch mechanische oder thermische Behandlung. Je nach der Temperatur kann man eine dauernde Verkleinerung oder Vergrößerung der Widerstände bewirken. Die Tabellen I und II zeigen die Abgleichung bei einem kleinen und einem sehr großen Widerstand.

Um die empfindlichen dünnen Schichten vor Beschädigungen zu schützen, kann man entweder einen Schutzzylinder aus Calan herüberschieben oder man kann den Widerstand mit einer säurefesten Kittmasse überziehen, die uns ebenfalls die Firma Hescho, Hermsdorf, lieferte.

1) C. A. Hartmann und H. Doßmann, Zeitschr. f. techn. Phys. **9**, 434, 1928.

2) A. Krüger, Zeitschr. f. techn. Phys. **10**, 495, 1929.

Auch diese Kittmasse hat besonders günstige Eigenschaften bei Hochfrequenz.

Die so hergestellten Widerstände von Calanröhrchen von 42 mm Länge und 8 mm Durchmesser vertragen eine Dauerbelastung von etwa 1 Watt. Für größere Belastung müssen die Dimensionen entsprechend erhöht werden.

Für die allerhöchsten Frequenzen müssen die Widerstände beim Ausschalten durch Kupferröhrchen von genau den gleichen Dimensionen ersetzt werden, um die Selbstinduktion des Kreises völlig konstant zu halten. Für Frequenzen bis etwa 10^6 Hertz haben wir einen Rheostaten entwickelt, der in Dekaden hergestellt wird und gegenüber den gewöhnlichen Drahtrheostaten kleine Dimensionen hat. Um auch bei diesen die Selbstinduktion bei Ein- und Ausschalten der Widerstände annähernd konstant zu erhalten, ist die aus Fig. 4a und 4b ersichtliche Stromführung eingerichtet, in Fig. 4a für Einschalten von 70, in Fig. 4b von 30 Ohm.

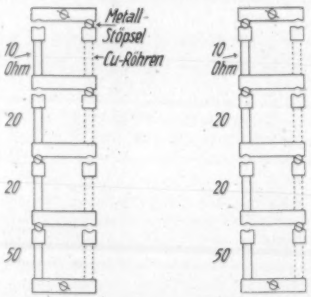

Fig. 4a. Fig. 4b.

Die weitere Prüfung und Untersuchung der Widerstände muß sich einmal auf die Vorgänge bei der thermischen Abgleichung beziehen, damit diese systematisch erfolgen kann. Ferner muß längere Zeit hindurch im Gebrauch die Konstanz der Widerstände, sowohl der offenen mit Schutzröhre als auch der in Schutzmasse eingebetteten geprüft werden. Nach unseren bisherigen Erfahrungen scheint die Konstanz bei richtiger Herstellung gut zu sein, wie aus folgenden Beispielen zu entnehmen ist (Tabelle I–III).

Sollten die Widerstände doch noch zeitlichen Änderungen unterworfen sein, so sind sie auf jeden Fall als Hochfrequenzwiderstände ohne merkliche Kapazität und Selbstinduktion verwendbar, nur müssen sie öfter kontrolliert werden. Bleiben sie, wie wir hoffen, auch bei dauernder Beanspruchung im Gebrauch genügend konstant, so würden sie sowohl für Wechselstrom beliebiger Frequenz als auch für Gleichstrom die bisherigen Drahtwiderstände in vielen Fällen ersetzen können, da sie, abgesehen von den schon besprochenen Eigenschaften, sehr viel leichter herstellbar und dementsprechend billiger sind als die Drahtwiderstände.

Tabelle I.

Widerstand (A).

Datum	Belastung	Widerstand in Ohm	Änderung in Proz.
28. XI. 1933	—	89,0	
	20′ 5,5 Watt		— 1
29. XI. 1933	—	88,0	
			— 0,1
1. XII. 1933	—	87,9	
	20′ 15 Watt		— 7,5
1. XII. 1933	—	81,8	
			— 0,1
4. XII. 1933	—	81,7	
	24h 1 Watt		—
5. XII. 1933	—	81,7	
22. XII. 1933	—	81,7	T.K. = 10^{-4}
4. I. 1934	—	81,7	

Tabelle II.

Widerstand (B).

Datum	Erwärmung	Widerstand in Ohm
14. XI. 1933	—	$4{,}1 \cdot 10^8$
22. XI. 1933	—	$4{,}2 \cdot 10^8$
	auf 190° C	
1. XII. 1933	—	$4{,}64 \cdot 10^8$
4. XII. 1933	—	$4{,}64 \cdot 10^8$
10. XII. 1933	—	$4{,}64 \cdot 10^8$

Gewendelte Ausführung, T.K. = 10^{-4}.

Tabelle III.

Widerstand (C) mit Schutzüberzug.

Datum	Belastung	Widerstand in Ohm
29. XII. 1933	Ohne Schutz	2333
	Mit Schutz auf 150° C	
3. I. 1934		2515
5. I. 1934	10h ½ Watt	2515
6. I. 1934	2′ 2 Watt	2507,8
	nach 1′	2511,4
	nach 2′	2515
	nach 3′	2515
	nach 10′	2515

Physikalisches Institut der Universität Jena.

22. Januar 1934.

R. Suhrmann und D. Dempster (Breslau), Neue Beobachtungen über den spektralen selektiven Photoeffekt bei tiefen Temperaturen.

Eine selektiv empfindliche Photokathode kann man in der Weise herstellen, daß man auf eine Alkalimetalloberfläche eine Substanz in äußerst geringer Schichtdicke aufbringt, so daß sie noch Elektronen hindurchläßt und auf diese Zwischenschicht Alkalimetall in atomarer Verteilung aufdampft. Die Zwischensubstanz muß das Alkalimetall binden bzw. adsorbieren können[1]). Über die Art der Elektronenauslösung an einer derartigen Oberfläche bestand bisher noch weitgehende Unklarheit. Um den Auslösungsmechanismus näher aufzuklären, nahmen wir mit einer selektiv empfindlichen Photozelle, deren Zwischenschicht durch Einwirkung geringer Spuren von Naphthalin auf eine Kaliumoberfläche erhalten wurde, Versuche bei tiefen Temperaturen vor; hierbei beobachteten wir eine bemerkenswerte Erscheinung, über die hier kurz berichtet werden soll.

Während die spektrale Empfindlichkeit bei Zimmertemperatur zeitlich unverändert blieb, wenn die Zelle bestrahlt wurde, zeigte sie bei der Temperatur der flüssigen Luft an den Stellen der beiden gefundenen selektiven Maxima (440 und 290 mμ)[2]) eine beträchtliche Abnahme bei Bestrahlung mit dem Licht dieser Maxima. Das Licht der dazwischenliegenden Spektralgebiete war nicht wirksam. Das Licht des kurzwelligen Maximums vermochte die Empfindlichkeit des langwelligen zu erniedrigen. Dagegen wurde die Empfindlichkeit des kurzwelligen Maximums durch Bestrahlung mit dem Licht des langwelligen nicht verändert. Wurde die Photozelle wieder auf Zimmertemperatur erwärmt, so stellte sich die alte Empfindlichkeit wieder ein. Ebenso konnte man die durch Belichtung erhaltene Empfindlichkeitsverringerung an den Stellen der beiden Maxima durch Bestrahlung mit langwelligem Licht (Dunkelkammerlampe) bei der Temperatur der flüssigen Luft wieder auf den Anfangswert zurückbringen.

Die gefundene Erscheinung erinnert weitgehend an die von R. W. Pohl, R. Hilsch und ihren Mitarbeitern[3]) gefundene optische Veränderung von Alkalihalogenidkristallen sowie an den photographischen Prozeß. Offenbar weisen die absorbierenden Zentren der selektiven Oberfläche, den beiden selektiven Maximas entsprechend, zwei Anregungsstufen auf, die bei tiefen Temperaturen eine sehr große Verweilzeit besitzen, etwa wie die Phosphoreszenzerscheinungen, während die Verweilzeit bei Zimmertemperatur, wie bei der Fluoreszenz, nicht merklich ist. Die Elektronenauslösung an den Stellen der beiden selektiven Maxima erfolgt also sehr wahrscheinlich über diese beiden Anregungszustände, d. h. sie geht auch bei Zimmertemperatur in der Weise vor sich, daß die absorbierenden Zentren durch das eingestrahlte Licht zunächst angeregt werden und dann die Anregungsenergie an die freien Elektronen der Oberfläche weitergegeben wird.

Durch die beobachtete Erscheinung sind wahrscheinlich auch die Unregelmäßigkeiten zu erklären, die bisher bei der Untersuchung selektiv empfindlicher zusammengesetzter Oberflächen bei tiefen Temperaturen häufig auftraten.

1) R. Suhrmann, Physik. Zeitschr. **32**, 216, 1931.

2) In der oben zitierten Arbeit wurde die Empfindlichkeitskurve nur bis 300 mμ gemessen, so daß das zweite Maximum bei 290 mμ nicht bemerkt werden konnte.

3) Zum Beispiel R. Hilsch und R. W. Pohl, Zeitschr. f. Phys. **77**, 421, 1932.

F. Matossi (Breslau), Über die Polarisation der Rayleighschen Streustrahlung in Kristallen.

Über die molekulare Streustrahlung in Kristallen ist bisher wenig bekannt, zum Teil aus dem Grund, weil es sehr schwierig ist, Kristalle von solcher Reinheit zu erhalten, daß die Beobachtungen nicht durch Streuung an groben Inhomogenitäten gestört werden. Die Existenz molekularer Streuung in Quarz und Steinsalz ist jedoch durch Arbeiten von Landsberg und Mitarbeitern[1]) sichergestellt worden. Hier soll über Untersuchungen berichtet werden, die insbesondere im Hinblick auf den bisher nicht beachteten Depolarisationsgrad der Streustrahlung in Kristallen unternommen wurden.

Während bei der Streuung in Gasen für den Depolarisationsgrad ϱ wegen der ungeordneten Lagerung der Moleküle eine obere Grenze ($\varrho_{max} = \frac{1}{2}$ für unpolarisierte Einstrahlung) existiert, braucht dies für Kristalle infolge ihrer regelmäßigen Struktur nicht der Fall zu sein. Außerdem wird ϱ von der Orientierung der Kristalle bezüglich Einstrahlungs- und Beobachtungsrichtung abhängen. Tatsächlich zeigt die Durchführung der Theorie, daß ϱ z. B. für Topas und Beryll Werte größer als 1 erreichen kann und sehr stark von der Orientierung abhängt.

Die Tatsache, daß die molekulare Streustrahlung durch Dichteschwankungen im Kristall hervorgerufen wird und diese durch die

1) Gr. Landsberg und Mitarbeiter, Zeitschr. f. Phys. **45**, 442, 1927; **58**, 95, 1929; **73**, 502, 1932.

elastischen Konstanten des Kristalls beschrieben werden können, läßt aber noch einen anderen Effekt erwarten: Die Symmetrieverhältnisse der elastischen Konstanten sind oft von wesentlich niedrigerer Ordnung als die der optischen Konstanten. Insbesondere sind die elastischen Eigenschaften, im Gegensatz zu den rein optischen, keineswegs bezüglich der „optischen Achse" eines einachsigen Kristalls immer rotationssymmetrisch. Nur für hexagonale Kristalle ist nach Voigt Rotationssymmetrie vorhanden, während für trigonale und tetragonale Kristallklassen nur Richtungen, die sich um 120° bzw. 90° unterscheiden, in elastischer Beziehung einander gleichwertig sind. Die elastischen Eigenschaften sind also ein getreueres Abbild der strukturellen Anisotropie der Kristalle als die rein optischen. Man darf nun erwarten, daß bei der Streustrahlung, die zu den elastischen Konstanten in enger Beziehung steht, ein „Anisotropieeffekt" auftritt derart, daß eine Drehung des Kristalls um seine optische Achse im allgemeinen verschiedene Streuintensitäten und Depolarisationsgrade liefert, soweit der Drehungswinkel von dem Winkel der kristallographischen Achsen (120° bzw. 90°) abweicht, obwohl wir in der Streustrahlung — äußerlich gesehen — eine rein optische Erscheinung vor uns haben. Bei 90°-Streuung wird ein solcher Anisotropieeffekt nur bei trigonalen Kristallen auftreten können, zu denen die für Streuuntersuchungen sehr geeigneten Kristalle Quarz und Kalkspat gehören.

Die Streustrahlung in Quarz und Kalkspat wurde experimentell für verschiedene Orientierungen photographisch-photometrisch beobachtet und mit theoretisch berechneten Werten verglichen. Die Ergebnisse sind in den Tabellen I und II zusammengestellt. Genaueres über die Versuchsanordnung und die Theorie wird in der ausführlichen Veröffentlichung mitgeteilt werden.

In den Tabellen sind zunächst die theoretischen Werte von ϱ für die sechs verschiedenen Orientierungen des Kristallwürfels eingetragen. Die Stellungen *a* und *b* unterscheiden sich dabei jedesmal dadurch, daß der Kristall um seine optische Achse um einen rechten Winkel gedreht wurde; es sind also jeweils zwei optisch gleichwertige Stellungen. Unter $\Delta = \frac{\varrho_a}{\varrho_b}$ ist das für den Anisotropieeffekt maßgebende Verhältnis der ϱ-Werte für die beiden Stellungen *a* und *b* angegeben. Die beobachteten, in den Tabellen nicht eingetragenen Absolutwerte von ϱ sind bei Quarz von der erwarteten Größenordnung, die von Kalkspat ergeben zu hohe Werte, wahrscheinlich infolge von Störungen durch die bekannte schwache Phosphoreszenz von Kalkspat. Die beobachteten Δ-Werte sind aber weitgehend frei von Störungen. Man sieht aus den Tabellen, daß der Anisotropieeffekt tatsächlich vorhanden ist, wenn sich auch die beobachteten Werte mit den theoretischen nicht ganz decken.

Tabelle I.
Quarz.

Stellung	Optische Achse	ϱ (theor.)	$\Delta = \frac{\varrho_a}{\varrho_b}$ (theor.)	Δ (exp.)
1a	⊥ Einstrahlungs- und Beobachtungs-Richtung	0,123	0,795	0,93 ± 0,03
1b		0,155		
2a	∥ Einstrahlungs-Richtung	0,110	0,679	0,84 ± 0,03
2b		0,164		
3a	∥ Beobachtungs-Richtung	0,119	1,37	Keine Beobachtung wegen Depolarisation infolge der optischen Aktivität
3b		0,087		

Tabelle II.
Kalkspat.

Stellung	ϱ (theor.)	Δ (theor.)	Δ (exp.)
1a	0,167	0,995	1,01 ± 0,03
1b	0,168		
2a	0,406	1,260	1,10 ± 0,03
2b	0,322		
3a	0,209	1,015	1,04 ± 0,04
3b	0,206		

Es sei noch darauf hingewiesen, daß schon Lorentz[1]) einen Anisotropieeffekt anderer Art suchte, indem er von der Überlegung ausging, daß die Gesetze der Optik nur in erster Näherung gültig sind, da der endliche Abstand der Moleküle vernachlässigt wird, die Materie also als Kontinuum angesehen wird. In nächster Näherung fand er theoretisch auch für optisch isotrope Körper Doppelbrechung, die er bei Steinsalz nachzuweisen suchte. Seine Versuchsresultate waren aber nicht genügend eindeutig, um sichere Aussagen zu gestatten.

Der hier beschriebene Anisotropieeffekt kann im Gegensatz zu dem Lorentzschen als ein Effekt erster Ordnung angesehen werden, da hier schon in erster Näherung die strukturelle Anisotropie durch die Vermittlung der elastischen Konstanten eingeführt wird.

1) H. A. Lorentz, Versl. Akad. v. Wetensch. Amsterdam, Wis-en Natuurk. Afd. **30**, 362, 1922.

Breslau, Physikalisches Institut der Universität, Januar 1934.

ABHANDLUNGEN.

Über den Zusammenhang der Wellengleichung II. Ordnung mit einem äquivalenten System von Gleichungen I. Ordnung und die Deutung dieses Zusammenhanges in einer nichtriemannschen Differentialgeometrie.

Von Ernst Reichenbächer.

Einführung.

Den Anlaß zu den folgenden Ausführungen gibt der Gedanke P. A. M. Diracs[1]), die Schrödingersche Wellengleichung, also eine lineare partielle Differentialgleichung II. Ordnung, durch ein System ebensolcher Gleichungen I. Ordnung zu ersetzen. Die zunächst durchgeführte Beschränkung auf die spezielle Relativitätstheorie und die gleichzeitige Beibehaltung des sogenannten Massengliedes, d. h. des Gliedes nullter Ordnung in der gegebenen Differentialgleichung, zwingt Dirac zu zwei wesentlichen Überschreitungen des ursprünglichen Rahmens, erstens zur Erhöhung der Anzahl der zu dem äquivalenten System gehörigen Differentialgleichungen I. Ordnung und damit der in ihnen enthaltenen abhängigen Veränderlichen (Wellenfunktionen) von zwei auf vier und zweitens zur Einführung der sogenannten q-Zahlen als Koeffizienten dieser Gleichungen, die nicht mehr den Gesetzen der gewöhnlichen Arithmetik gehorchen und als Matrizen gedeutet werden müssen.

Die Überlegung, daß in den beiden genannten Voraussetzungen, der Beschränkung auf die spezielle Relativitätstheorie und der gleichzeitigen Beibehaltung des Massengliedes, insofern ein Widerspruch liegt, als die Masse schon wegen ihrer elementarsten Betätigung, der Gravitation, etwas der speziellen Relativitätstheorie Wesensfremdes ist, brachte mich auf den Gedanken, ob nicht eine Erweiterung der Voraussetzungen durch Ersatz der speziellen Relativitätstheorie durch die allgemeine den Zwang beseitigen würde, mehr als zwei Differentialgleichungen I. Ordnung mit ebensoviel Wellenfunktionen und insbesondere die in der Raumzeitmannigfaltigkeit nicht zu deutenden Matrizenkoeffizienten der q-Zahlen einzuführen. Dieser Versuch hat sich, wie ich in einigen in der Zeitschrift für Physik erschienenen Arbeiten[2]) gezeigt habe, als durchführbar erwiesen und zu bemerkenswerten Folgerungen geführt. Über die Ergebnisse möchte ich im folgenden berichten, wobei ich wegen der genaueren Ausführungen auf die genannten Arbeiten verweise, ich werde sie in einigen Punkten erweitern und insbesondere sie in Beziehung zu einer Deutung in einer nichtriemannschen Geometrie setzen.

I. Teil.

Die Auflösung der Wellengleichung II. Ordnung in ein System von zwei Gleichungen I. Ordnung.

Nach den in den genannten Arbeiten gemachten Ausführungen erweist sich die lineare partielle Differentialgleichung II. Ordnung mit einer unabhängigen Veränderlichen ψ, die in die allgemein kovariante Gestalt

$$F(\psi) \equiv \left[\frac{1}{\sqrt{g}}\frac{\partial}{\partial x^\varkappa}\sqrt{g}\,g^{\varkappa\lambda}\frac{\partial}{\partial x^\lambda} + \varepsilon\cdot\varphi^\varkappa\frac{\partial}{\partial x^\varkappa} + Q\right](\psi) = 0 \qquad \text{(I)}$$

[ZI, 405, Gleichung (8)]

gebracht ist, als äquivalent mit den beiden Gleichungen I. Ordnung, d. h. als ihr Eliminationsergebnis:

$$\left.\begin{aligned} A_I(\psi_+) + A_{II}(\psi_-) &= 0 \\ \text{und} \qquad A_{III}(\psi_+) + A_{IV}(\psi_-) &= 0 \end{aligned}\right| \qquad \text{(II)}$$

(ZI. 406),

wo $A_N(\psi_\pm)$ von der Gestalt:

$$A_N(\psi_\pm) \equiv \left[\alpha_N^\varkappa\frac{\partial}{\partial x^\varkappa} + a_N\right](\psi_\pm) \qquad \text{(III)}$$

[ZI, 405, Gleichung (9)]

ist, unter folgenden Bedingungen:

$$\alpha_I^\varkappa\alpha_{IV}^\lambda - \alpha_{II}^\varkappa\alpha_{III}^\lambda - \alpha_{III}^\varkappa\alpha_{II}^\lambda + \alpha_{IV}^\varkappa\alpha_I^\lambda = 2g^{\varkappa\lambda} \qquad \text{(1)}$$

[ZI. 409, Gleichung (14)].

1) P. A. M. Dirac, The Quantum Theory of the Electron. Proc. Roy. Soc. **117**, 610, 1928.

2) E. Reichenbächer, Eine wellenmechanische Zweikomponententheorie I und II, Zeitschr. f. Phys. **58**, 402, 1929 und **61**, 490, 1930 (abgekürzt als ZI und ZII) und derselbe: Die Weltfunktion in dem vereinigten Wirkungsintegral der Gravitation, Elektrizität und Materie I und II, ebenda **65**, 566, 1930 und **72**, 669, 1931 (abgekürzt als WI und WII).

$$\left.\begin{aligned}
(\alpha_I^\nu \alpha_{III}^\lambda - \alpha_{III}^\nu \alpha_I^\lambda)\left(\frac{\partial \alpha_{I\varkappa}}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \alpha_{I\lambda}}{\partial x^\varkappa}\right) &= 0\\
(\alpha_I^\nu \alpha_{III}^\lambda - \alpha_{III}^\nu \alpha_I^\lambda)\left(\frac{\partial \alpha_{III\varkappa}}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \alpha_{III\lambda}}{\partial x^\varkappa}\right) &= 0\\
(\alpha_{II}^\nu \alpha_{IV}^\lambda - \alpha_{IV}^\nu \alpha_{II}^\lambda)\left(\frac{\partial \alpha_{II\varkappa}}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \alpha_{II\lambda}}{\partial x^\varkappa}\right) &= 0\\
(\alpha_{II}^\nu \alpha_{IV}^\lambda - \alpha_{IV}^\nu \alpha_{II}^\lambda)\left(\frac{\partial \alpha_{IV\varkappa}}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial \alpha_{IV\lambda}}{\partial x^\varkappa}\right) &= 0
\end{aligned}\right| \quad (2)$$

[umgeformt aus ZI, 410, Gleichung (16)],

wobei $\alpha_{N\varkappa} = g_{\varkappa\lambda}\alpha_N^\lambda$ und $g_{\varkappa\lambda}$ die durch g^{-1} geteilte, zu $g^{\varkappa\lambda}$ gehörige Unterdeterminante in der Determinante g^{-1} der $g^{\varkappa\lambda}$ ist.

Während die Koeffizienten $g^{\varkappa\lambda}$ der Glieder II. Ordnung für die beiden Differentialgleichungen, die sich für ψ_+ und ψ_- ergeben, gleich sind, ist das nicht mehr für die Koeffizienten $\varepsilon \cdot \varphi^\varkappa$ der Glieder I. Ordnung möglich. (Der Faktor ε war zu $\varphi^\varkappa$ hinzugefügt, weil die mit $\varphi^\varkappa$ bezeichneten Größen als elektromagnetische Potentiale gedeutet werden sollen und ihre Einführung in die Wellengleichung nur unter Hinzufügung eines konstanten Faktors ε möglich ist, der gleich $-4\pi ie/hc$ gesetzt wird.) Sie fallen vielmehr für die beiden Gleichungen verschieden aus und sind von mir deshalb mit $^1/_2(f^\varkappa + q^\varkappa)$ und $^1/_2(f^\varkappa - q^\varkappa)$ bezeichnet worden; selbstverständlich haben diese mit $q^\varkappa$ bezeichneten Glieder nichts mit den q-Zahlen der Diracschen Theorie zu tun. Es will mir aber zweckmäßiger erscheinen, noch einen Faktor i hinzuzufügen, also $\varepsilon\varphi^\varkappa$ mit $^1/_2 i(f^\varkappa \pm q^\varkappa)$ zu bezeichnen. Der Faktor $^1/_2$ ist unerheblich und könnte auch weggelassen werden. Während die $f^\varkappa$ beliebig sind, ergeben sich für die $q^\varkappa$ (in der abgeänderten Definition, an der für diese Arbeit festgehalten werden soll) folgende weitere Bedingungen:

$$\left.\begin{aligned}
iq^\varkappa = &-\left(\alpha_I^\lambda \frac{\partial \alpha_{IV}^\varkappa}{\partial x^\lambda} - \alpha_{IV}^\lambda \frac{\partial \alpha_I^\varkappa}{\partial x^\lambda}\right) - \left(\alpha_{II}^\lambda \frac{\partial \alpha_{III}^\varkappa}{\partial x^\lambda} - \alpha_{III}^\lambda \frac{\partial \alpha_{II}^\varkappa}{\partial x^\lambda}\right)\\
&+ \frac{1}{2}(\alpha_I^\nu \alpha_{III}^\varepsilon - \alpha_{III}^\nu \alpha_{I\nu})\left(\alpha_{IV}^\lambda \frac{\partial \alpha_{II}^\nu}{\partial x^\lambda} - \alpha_{II}^\lambda \frac{\partial \alpha_{IV}^\nu}{\partial x^\lambda}\right) + \frac{1}{2}(\alpha_{II}^\nu \alpha_{IV\nu} - \alpha_{IV}^\nu \alpha_{II\nu})\left(\alpha_I^\lambda \frac{\partial \alpha_{III}^\nu}{\partial x^\lambda} - \alpha_{III}^\lambda \frac{\partial \alpha_I^\nu}{\partial x^\lambda}\right).
\end{aligned}\right| \quad (3)$$

[Umgeformt aus ZI, 412, Gleichung (21).]

Für die α ergeben sich schließlich noch die beiden Bedingungen:

$$\left.\begin{aligned}
(\alpha_I^\nu \alpha_{III}^\lambda - \alpha_{III}^\nu \alpha_I^\lambda) f_{\varkappa\lambda} &= 0\\
\text{und}\qquad (\alpha_{II}^\nu \alpha_{IV}^\lambda - \alpha_{IV}^\nu \alpha_{II}^\lambda) f_{\varkappa\lambda} &= 0
\end{aligned}\right| \quad (4)$$

[ZI, 416, Gleichung (25) und (26)],

worin $f_{\varkappa\lambda}$ wie üblich die Rotation von $f_\varkappa$, also $\frac{\partial f_\varkappa}{\partial x^\lambda} - \frac{\partial f_\lambda}{\partial x^\varkappa}$ bedeutet.

Diese Bedingungsgleichungen und besonders die noch für die Skalarglieder a_N und Q hinzutretenden lassen sich in übersichtlicherer Gestalt schreiben, wenn man die Koeffizienten α durch die Ricci-Einsteinschen Beinkomponenten eines lokalen Orthogonalsystems ersetzt[1]), was nach den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned}
\alpha_I^\varkappa &= h_1^\varkappa + ih_4^\varkappa, \quad \alpha_{II}^\varkappa = ih_2^\varkappa \pm h_3^\varkappa,\\
\alpha_{III}^\varkappa &= ih_2^\varkappa \mp h_3^\varkappa, \quad \alpha_{IV}^\varkappa = h_1^\varkappa - ih_4^\varkappa
\end{aligned}\right| \quad (IV)$$

[ZII, 491, Gleichung (1) oder (1′)]

geschieht, wodurch den Bedingungsgleichungen (1) genügt wird, da sie in

$$h_1^\varkappa h_1^\lambda + h_2^\varkappa h_2^\lambda + h_3^\varkappa h_3^\lambda + h_4^\varkappa h_4^\lambda = g^{\varkappa\lambda} \qquad (1')$$

übergehen. Das doppelte Vorzeichen von $h_3^\varkappa$, das übrigens auch bei jeder anderen Komponente angebracht werden könnte, unterscheidet die beiden voneinander wesentlich verschiedenen Möglichkeiten des Schraubensinnes in einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit. Dies ist von grundsätzlicher Bedeutung, da mit der Änderung des Schraubensinnes auch eine Umkehrung des Vorzeichens der elektrischen Ladung verbunden ist, wie aus den Ausführungen auf S. 676 ff. in *WII* hervorgeht. Darüber hinaus aber wird aus den Gleichungen (IV) klar, daß die gesamte Theorie des Ersatzes einer partiellen linearen Differentialgleichung II. Ordnung durch zwei Gleichungen I. Ordnung sich in dieser Weise nur für vier unabhängige Veränderliche durchführen, d. h. geometrisch in einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit darstellen läßt[2]).

Selbstverständlich sind die $h_\alpha^\varkappa$ durch die Gleichungen (1′) ebensowenig vollständig bestimmt, wie die $\alpha_\nu^\varkappa$ durch die Gleichungen (1): denn die Zahl dieser Gleichungen ist ihrer Symmetrie wegen nur je zehn, während die der in ihnen auftretenden Komponenten $\alpha_\nu^\varkappa$ oder $h_\alpha^\varkappa$ sechzehn beträgt. Es hat den Anschein, als ob für die α die fehlenden sechs Gleichungen durch die Bedingungen (2) und (4), deren Zahl gerade die richtige ist, nachgeliefert würden, und entsprechend wäre es für die h durch die sechs Gleichungen der Fall, die durch Umrechnung auf die lokalen Beinkomponenten aus

1) Auf das Lokalsystem beziehen sich die durch lateinische Buchstaben bezeichneten Zeiger, während die mit griechischen Buchstaben benannten im Universalsystem gelten.

2) Vgl. ZI, S. 409.

(2) und (4) entstehen. Eine nähere Durchrechnung, über die hier nur berichtet werden soll, da sie allein Stoff zu einer eigenen Arbeit liefern würde, zeigt aber ein anderes Bild. Selbstverständlich würden die allgemeinen Beinkomponenten aus einem beliebigen besonderen System solcher Komponenten, die natürlich die Gleichungen (1′) erfüllen müssen, durch eine orthogonale Transformation hervorgehen. In diese würden als Parameter die sechs Drehungswinkel in den Koordinatenebenen des besonderen Beinsystems eingehen, die nun ihrerseits aus den sechs Gleichungen (2) und (4) bestimmt werden müßten. Rechnet man diese aber durch, so zeigt sich, daß diese Drehungswinkel stets nur in dualen Paaren $\vartheta_{12} \pm \vartheta_{34}$, $\vartheta_{24} \pm \vartheta_{31}$, $\vartheta_{14} \pm \vartheta_{23}$ auftreten, von denen sich das letzte überdies noch zum Schluß heraushebt, so daß von den sechs Drehungsparametern nur zwei oder besser zwei Paare bestimmt werden können. (Das Doppelzeichen für den zweiten Winkel in jedem Paar rührt von der willkürlichen Annahme für die Schraubung her, die natürlich für jeden Fall an sich beliebig getroffen werden kann, aber nicht nachher wieder abgeändert werden darf; das Auftreten einer ungeraden Anzahl von Zeigern 3 — nach unserer Festsetzung; an sich hätte jeder andere Zeiger ebensogut gewählt werden können — in den Tensorkomponenten des lokalen Systems hat immer die Doppelsinnigkeit des Vorzeichens zur Folge.) Diese Bestimmung erfolgt am besten durch die Gleichungen (4), die die Komponenten des beliebig vorzuschreibenden elektromagnetischen Sechservektors enthalten, so daß demnach die Orientierung des lokalen Beinsystems so weit wie möglich nach diesem Sechservektor erfolgt, was im folgenden durch die Umschreibung der Gleichungen (4) auf Beinkomponenten deutlicher werden wird. Aber nun sind für die Gleichungen (2) keine Drehungsparameter mehr verwendbar; das hat zur Folge, daß sie vier Bedingungen für die Komponenten $g_{\varkappa\lambda}$ des Fundamentaltensors und ihre ersten Ableitungen nach den Koordinaten darstellen, so daß damit die allgemeine Kovarianz eingeschränkt wird. Dies geschieht z. B. für ein orthogonales Universal- (nicht Lokal-) System, in dem also von vornherein alle $g_{\varkappa\lambda}$ mit verschiedenen Zeigern gleich 0 angenommen werden, in der Weise, daß die übrigbleibenden Komponenten des Fundamentaltensors (mit gleichen Zeigern) sich in zwei Paare ordnen, wobei die Auswahl dieser Paare von der Annahme über den Sechservektor $f_{\varkappa\lambda}$ abhängt. Der Quotient der beiden Komponenten eines Paares darf dann nur von den zugehörigen Koordinaten abhängen, was z. B. für den Schwarzschildschen Ansatz für das kugelsymmetrische Feld zutrifft:

$$ds^2 = g_{11}dr^2 + r^2 d\varphi^2 + r^2 \cos^2\varphi\, d\vartheta^2 - c^2 g_{44} dt^2,$$

da g_{11} und g_{44} nur von r, ihr Quotient also nicht von φ und ϑ, und der Quotient $\cos^2\varphi$ der beiden anderen Komponenten nicht von r und t abhängt. An diesem Beispiel wird klar, daß die vier Gleichungen (2) bevorzugte Koordinatensysteme in einer vierdimensionalen Mannigfaltigkeit auszeichnen, dabei aber die Wahl dieser Mannigfaltigkeit selbst nicht einschränken. Es erscheint bemerkenswert, daß durch diese Bedingungsgleichungen (2) trotz ihrer scheinbar allgemein kovarianten Gestalt derjenige Teil der Kovarianz aufgehoben wird, der sich auf die beliebigen Transformationen des Koordinatensystems innerhalb einer gegebenen Mannigfaltigkeit bezieht, während derjenige unangetastet bleibt, der den Übergang von einer solchen Mannigfaltigkeit zu einer andern mit unter Umständen geänderten Krümmungsverhältnissen betrifft. Das ist natürlich nur dadurch möglich, daß die α nur Halbvektoren sind. Damit ist aber eine mathematische Unterscheidung zwischen den sogenannten Trägheitskräften, die durch die Transformationen erster Art „ausgelöst" werden können, und den Gravitationserscheinungen möglich, die allein auf der Krümmung der Raumzeitmannigfaltigkeit beruhen und von den Koordinatentransformationen unabhängig sind.

Die Übertragung der Bedingungsgleichungen (2) und (4) in das lokale Orthogonal- (Bein-) System gibt ihnen eine viel einfachere Gestalt; sie ist in ZII, S. 491 ff. durchgeführt worden und benutzt die sogenannten Rotationskoeffizienten

$$\gamma_{ikl} = (h_{i\varkappa})_\lambda h_k^\varkappa h_l^\lambda.$$

(Herunter- und Heraufziehen eines mit griechischen Buchstaben bezeichneten Zeigers bedeutet stets in bekannter Weise Multiplikation mit dem Fundamentaltensor und Verjüngung; Einklammerung und Anhängung eines solchen Zeigers die kovariante Ableitung.) Die Gleichungen (2) werden zu

$$\left.\begin{aligned}
(\gamma_{121} \pm \gamma_{341}) &= -(\gamma_{244} \pm \gamma_{314}) = \pm \tfrac{1}{2} e_3 \\
(\gamma_{122} \pm \gamma_{342}) &= \mp(\gamma_{243} \pm \gamma_{313}) = -\tfrac{1}{2} e_4 \\
\pm(\gamma_{123} \pm \gamma_{343}) &= (\gamma_{242} \pm \gamma_{312}) = -\tfrac{1}{2} e_1 \\
(\gamma_{124} \pm \gamma_{344}) &= (\gamma_{241} \pm \gamma_{311}) = \tfrac{1}{2} e_2
\end{aligned}\right| \quad (2')$$

[ZII, 492, Gleichung (4) und 493, Gleichung (8)].

Aus den Gleichungen (3) und (4) erhält man entsprechend

$$-\tfrac{1}{2}(q_n + e_n) = \gamma_{14n} \pm \gamma_{23n} \qquad (3')$$

[ZII, 494, Gleichung (9)].

$$f_{12} \pm f_{34} = 0 \quad \text{und} \quad f_{24} \pm f_{31} = 0 \qquad (4')$$

[ZII, 494, Gleichung (12)].

Diese Gleichungen (4′) können auch ersetzt werden durch

$$h^{\varkappa\lambda} = (h_1^{\varkappa} h_4^{\lambda} - h_4^{\varkappa} h_1^{\lambda}) \pm (h_2^{\varkappa} h_3^{\lambda} - h_3^{\varkappa} h_2^{\lambda}) = \frac{f^{\varkappa\lambda} \pm f^{\varkappa\lambda *}}{\sqrt{\tfrac{1}{2}(f^2 \pm f f^*)}} \qquad (4'')$$

[ZII, 492, Gleichung (6)].

Hierin bedeutet $f^{\varkappa\lambda *}$ die zu $f^{\varkappa\lambda}$ duale Komponente des Sechservektors im Universalsystem, z. B. $f^{34*} = f_{12}\sqrt{g}$ usf.; f^2 und ff^* sind die beiden zu diesem Sechservektor gehörigen Skalare $f^2 = f^{\varkappa\lambda} f_{\varkappa\lambda}$, $ff^* = f^{\varkappa\lambda} f^*_{\varkappa\lambda}$. Die Gleichung (4″) definiert damit einen neuen Sechservektor $h^{\varkappa\lambda}$, aus dem durch Divergenzbildung

$$\mathrm{Div}^{\varkappa} h = (h^{\varkappa\lambda})_{\lambda} = e^{\varkappa} \qquad (5)$$

(ZII, S. 493)

ein Vierervektor hervorgeht, dessen Lokalkomponenten in den Gleichungen (2′) und (3′) auftreten.

Mit Hilfe der Ricci-Einsteinschen Beinkomponenten ist es mir dann im weiteren Verlauf der mit ZII bezeichneten Arbeit gelungen, auch den Skalar Q der Gleichung (1) zu berechnen[1]). Auch für ihn ergeben sich zwei Werte, je nachdem, ob die Gleichung (1) auf die Veränderliche ψ_+ oder ψ_- angewendet wird:

$$Q \pm = \frac{1}{4} i \cdot \mathrm{Div}\,(f \pm q) - \frac{1}{16}(f \pm q)^2 - \frac{1}{6} R \pm \frac{1}{4}(f_{14} + f_{23}) + \frac{1}{12}(q_{14} + q_{23}) \qquad (6)$$

[ZII, 505, Gleichung (47)].

R ist der durch zweimalige Verjüngung aus der Riemannkomponente

$$R_{\varkappa\lambda\mu\nu} = \frac{\partial}{\partial x^{\nu}} \left[\begin{matrix} \varkappa\mu \\ \lambda \end{matrix}\right] + \frac{\partial}{\partial x^{\mu}} \left[\begin{matrix} \varkappa\nu \\ \mu \end{matrix}\right] + \left[\begin{matrix} \varkappa\nu \\ \alpha \end{matrix}\right] \left[\begin{matrix} \lambda\mu \\ \alpha \end{matrix}\right] - \left[\begin{matrix} \varkappa\mu \\ \alpha \end{matrix}\right] \left[\begin{matrix} \lambda\nu \\ \alpha \end{matrix}\right]^{2}) \qquad (7)$$

hervorgegangene Krümmungsskalar.

Die Paare von Lokalkomponenten $f_{14} + f_{23}$ und $q_{14} + q_{23}$, von denen die zweite eine der ersten entsprechende Bedeutung hat, müssen natürlich bei anderer Wahl der Schraubung durch $f_{14} - f_{23}$ und $q_{14} - q_{23}$ ersetzt werden. Von der Bezeichnung des dadurch bedingten Doppelzeichens habe ich abgesehen, da in der Gleichung (6) der durch den Übergang von der Veränderlichen ψ_+ zu ψ_- bedingte Vorzeichenwechsel hervorgehoben werden sollte, was physikalisch dem Wechsel des sogenannten Dralls oder Spins entspricht. Das Auftreten der Paare $f_{14} + f_{23}$ und $q_{14} + q_{23}$ zeigt ebenso wie die Gleichungen (2′) bis (4′), daß in unserer Theorie die Paare solcher dualen Komponenten eine maßgebende Rolle spielen. A. a. O. habe ich übrigens diese Lokalkomponenten noch durch Skalare des Universalsystems ersetzt, was für $f_{14} \pm f_{23}$ leicht, für $q_{14} \pm q_{23}$ nur schwer möglich ist; dieser Ersatz erscheint hier aber nebensächlich.

Auch die Skalare a_N in der Gleichung (III) lassen sich nun ausdrücken, was in einer auf S. 413 in einer weiteren kleinen hierher gehörigen Arbeit über die Eichinvarianz in der Wellengleichung[2]) enthaltenen Formel geschehen ist:

$$a_N = \frac{1}{4} i a_N^{\varkappa} [f_{\varkappa} + (-1)^{N-1}(q_{\varkappa} + 2e_{\varkappa})], \qquad (8)$$

so daß A_N zu

$$A_N \equiv \alpha_N^{\varkappa} \left| \frac{\partial}{\partial x^{\varkappa}} + \frac{i}{4} [f_{\varkappa} + (-1)^{N-1}(q_{\varkappa} + 2e_{\varkappa})] \right| (\psi_{\pm}) \qquad (9)$$

wird, wobei die ungeradzahligen N sich auf ψ_+, die geradzahligen auf ψ_- beziehen [vgl. Gleichung (II)]. Man kann den Gleichungen (9) auch die Gestalt geben

$$A_N \equiv \alpha_N^{\varkappa} \psi_{\pm} \left| \frac{\partial \lg \psi_{\pm}}{\partial x^{\varkappa}} + \frac{i}{4} [f_{\varkappa} + (-1)^{N-1}(q_{\varkappa} + 2e_{\varkappa})] \right|. \qquad (9')$$

1) Bei dieser Herleitung ist mir insofern ein Fehler unterlaufen, als ich die Differentiation ohne weiteres auf ein Lokalsystem anwandte (S. 495). Das ist aber wegen der besonderen Beschaffenheit der Rotationskoeffizienten γ_{abc} nicht erlaubt. Die Beseitigung dieses Fehlers hat aber im wesentlichen nur die Folge, daß überall, wo das Paar $e_{14} \pm e_{23}$ auftritt, noch $\frac{1}{4}e^2 = \frac{1}{4} e^{\varkappa} e_{\varkappa}$ hinzugefügt werden muß; auf die Schlußformeln ist sie ohne Einfluß.

2) Diese Bezeichnung und besonders auch die Festsetzung des Vorzeichens ist der Abhandlung von L. Berwald, Riemannsche Mannigfaltigkeiten und ihre Verallgemeinerungen, Enz. d. math. Wiss. III D 11 B entnommen, der ich sehr viel Anregungen zu meinen Arbeiten verdanke.

3) Zeitschr. f. Phys. **62**, 412, 1930.

Die hierin auftretenden Klammerausdrücke haben eine besondere Bedeutung für die Theorie und sollen deshalb mit einem besonderen Zeichen $\not{p}_\varkappa^\pm$ benannt werden:

$$\not{p}_\varkappa^\pm = \frac{\partial \lg \psi_\pm}{\partial x^\varkappa} + \frac{i}{4}\,[f_{\varkappa\lambda} \pm (q_\varkappa + 2e_\varkappa)]; \qquad (10)$$

so daß

$$A_{\lambda\nu} \equiv \alpha_\lambda^\varkappa \psi_\pm \not{p}_\varkappa^\pm \qquad (9'')$$

wird. Diese $\not{p}_\varkappa^\pm$ ermöglichen nun eine vereinfachte Darstellung der Gleichung (I) in der Art, wie sie in (1) auf S. 670 in WII durchgeführt ist, aber noch unter Hereinziehung der $f_{\varkappa\lambda}$ und $e_\varkappa$ in die $\not{p}_\varkappa^\pm$:

$$\left.\begin{aligned} &\mathrm{Div}\left(\not{p}^\pm \mp \frac{1}{2} i e\right) + \left(\not{p}^\pm \mp \frac{1}{2} i e\right)^2 \\ &-\frac{1}{6} R \pm \frac{1}{4}(f_{14} + f_{23}) + \frac{1}{12}(q_{14} + q_{23}) = 0. \end{aligned}\right| \qquad (V)$$

Durch Multiplikation mit $\psi_\pm$ kann man diese nichtlineare Differentialgleichung II. Ordnung für $\lg \psi_\pm$ in die ursprüngliche lineare Gleichung II. Ordnung für $\psi_\pm$ zurückverwandeln. Die Gleichung (V) zeigt aber die Vektornatur der Größen $\not{p}_\varkappa^\pm$, was deshalb bemerkenswert ist, weil diese Vektoreigenschaft der Größe $\frac{1}{4} i q_\varkappa$ abgeht; diese wird daher durch $\pm$ Grad $\lg \psi_\pm$ zu einem Vollvektor ergänzt. Bei der Bildung der Rotation $q_{\varkappa\lambda}$ hebt sich dieser Pseudogradient wieder heraus, so daß also in bezug auf das tensorielle Verhalten die q-Größen eine ähnliche Natur wie die Christoffelsymbole haben, die selbst keine Volltensoren sind, aber in ihren Ableitungen Anlaß zur Bildung solcher Volltensoren, denjenigen der Riemannschen Krümmung, geben.

Die Auflösung der gegebenen linearen Differentialgleichung II. Ordnung in ein System zweier solcher Gleichungen I. Ordnung führt also zu folgenden Erkenntnissen:

1. Sie ist nur in einer Mannigfaltigkeit von vier Ausdehnungen durchführbar.

2. Der in dieser anzunehmende doppelte Schraubensinn führt zur Unterscheidung zweier Ladungsarten.

3. Eine Gruppe von dabei auftretenden Bedingungsgleichungen schaltet die Kovarianz in bezug auf Koordinatentransformationen innerhalb einer Mannigfaltigkeit aus, läßt aber den beliebigen Übergang auf andere Mannigfaltigkeiten zu, unterscheidet also die Koordinatenkovarianz von einer anderen Art, die man Kontinuumskovarianz nennen könnte, und damit die Trägheits- von den Schwerefeldern.

Daneben lassen sich wahrscheinlich noch folgende Vermutungen aufstellen:

4. Die Masse der Elementarteilchen hängt mit der Schwingungsfrequenz zusammen, mit der das dritte — bei den bisherigen Untersuchungen herausfallende — Paar von Drehungswinkeln $\vartheta_{14} \pm \vartheta_{23}$ des Beinsystems seine Werte wiederholt.

5. Das Auftreten der elektromagnetischen Erscheinungen wird durch die q-Glieder hervorgerufen.

In einer weiteren Ergänzungsarbeit[1]) über die Herkunft der trägen Masse hatte ich auf die Tatsache aufmerksam gemacht, daß die von mir hergeleitete Differentialgleichung gegenüber der Wellengleichung von Schrödinger und Dirac ein Minus und ein Plus aufweist, nämlich das Fehlen des Massengliedes und das Auftreten der q-Glieder, und hatte einen Weg angegeben, wie man diese als Ersatz für jenes ansehen könnte. Die Weiterführung der Untersuchung zeigt mir nun, daß die q_λ nur bis auf den Gradienten von $\vartheta_{14} \pm \vartheta_{23}$ bestimmt werden können, was insofern nicht verwunderlich erscheint, als die q_λ, die additiv oder subtraktiv zu $f_{\varkappa\lambda}$, den Potentialen des elektromagnetischen Feldes, hinzutreten, sich wie diese Potentiale verhalten und eben den Gradienten eines Skalars hinzutreten lassen können. (Die Komponenten eines Tensors im Lokalsystem haben im Universalsystem skalare Natur.) Die in der eben genannten Arbeit erwähnte Periodizität von $\int q_\varkappa dx^\varkappa$ würde dann auf Rechnung von $\vartheta_{14} \pm \vartheta_{23}$ kommen und, wie dort ausgeführt, einen Massenfaktor vortäuschen.

Darüber hinaus läßt aber das Auftreten der q-Glieder, das in unserer Theorie zwangsläufig erfolgt und im kugelsymmetrischen Felde zu Werten führt, die den angenommenen elektromagnetischen Potentialen f proportional sind, vermuten, daß diese Potentiale in letzter Linie von den q-Größen selbst herrühren, die ich deshalb schon früher auch als „Eigenpotentiale" bezeichnet habe. Schwierigkeiten macht eigentlich nur der Proportionalitätsfaktor, weniger wegen seiner Größe, da uns die neuesten Entdeckungen über das positive Elektron usw. zu zeigen scheinen, daß wir über die wahren Elementarteilchen nur unzureichend unterrichtet sind, als wegen seiner imaginären Natur, die noch unaufgeklärt ist — ähnlich wie das imaginäre elektrische Moment in der Diracschen Theorie. Es wäre danach grundsätzlich anzunehmen, daß sowohl bei der Beschreibung des Weltablaufs im ganzen als auch bei der des einzelnen reinen Elementarvorgangs das „Fremdpotential" f verschwinden muß und nur bei solchen Vorgängen beachtet werden muß, die von äußeren Kräften beeinflußt werden. Auf das Verschwinden von f wird in der nun zu gebenden Darstellung der Theorie in differentialgeometrischem Gewande Rücksicht zu nehmen sein.

1) Zeitschr. f. Phys. **72**, 553, 1931.

II. Teil.

Die differentialgeometrische Einkleidung der Theorie.

Die in dem ersten Teil gewonnenen Ergebnisse lassen sich in ein einfaches mathematisches Gewand kleiden, wenn man eine Differentialgeometrie zugrunde legt, die von der gewöhnlichen Riemannschen Geometrie durch einen geänderten affinen Zusammenhang abweicht, wie er durch die pseudotensoriellen Koeffizienten der Parallelverschiebung von Levi-Civita gegeben ist. Will man diese, die für die Riemannsche Geometrie durch die Christoffelsymbole, am besten die der zweiten Art $\left\{ \begin{matrix} \varkappa\lambda \\ \mu \end{matrix} \right\}$, gegeben sind, abändern, so kann das nur durch die Hinzufügung eines Volltensors $T_{\varkappa\lambda}{}^{\mu}$ zu dem pseudotensoriellen Symbol geschehen, so daß in der abgeänderten Geometrie die Parallelverschiebung durch

$$\Gamma^{\mu}_{\varkappa\lambda} = \left\{ \begin{matrix} \varkappa\lambda \\ \mu \end{matrix} \right\} + T_{\varkappa\lambda}{}^{\mu} \qquad \text{(VI)}$$

gegeben ist. Während $\left\{ \begin{matrix} \varkappa\lambda \\ \mu \end{matrix} \right\}$ in $\varkappa$ und λ symmetrisch ist, ist über die Symmetrie von $T_{\varkappa\lambda}{}^{\mu}$ zunächst gar nichts vorgeschrieben.

Um zu einem unserer Theorie angepaßten affinen Zusammenhang, der durch $\Gamma^{\mu}_{\varkappa\lambda}$ zu beschreiben ist, zu gelangen, ist auf ihre Eigentümlichkeit Rücksicht zu nehmen, daß in ihr die Paare dualer Sechservektoren oder besser solcher Tensoren eine Rolle spielen, die in einem Zeigerpaar antisymmetrisch sind. Das hängt wesentlich mit dem Auftreten des elementarsten dieser Tensoren zusammen, der durch die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} h^{\varkappa\lambda} &= (h^{\varkappa}_1 h^{\lambda}_4 - h^{\varkappa}_4 h^{\lambda}_1) \pm (h^{\varkappa}_2 h^{\lambda}_3 - h^{\varkappa}_3 h^{\lambda}_2) \\ &= \frac{f^{\varkappa\lambda} \pm f^{\varkappa\lambda *}}{\sqrt{\tfrac{1}{2}(f^2 \pm ff^*)}} \end{aligned}\right| \qquad (4'')$$

gegeben war. Dieser Tensor ist hierdurch von dem elektromagnetischen $f^{\varkappa\lambda}$ abhängig gemacht: die Abhängigkeit besteht aber nur in bezug auf die Orientierung, dagegen nicht auf die Größe. Würde man $f^{\varkappa\lambda}$ mit einer beliebigen Konstanten, ja sogar mit einem beliebigen Skalar multiplizieren, so änderte sich $h^{\varkappa\lambda}$ gar nicht; $h^{\varkappa\lambda}$ würde also auch im vollen Betrage weiterbestehen, wenn $f^{\varkappa\lambda}$ gegen o geht. Der Fall des verschwindenden f war ja aber gerade am Schluß des I. Teiles als wahrscheinlich sowohl für den reinen Elementarvorgang im kleinen wie für den Weltablauf im großen angesehen. Demnach ist $h^{\varkappa\lambda}$ selbständig und unabhängig von $f^{\varkappa\lambda}$ zu definieren; existiert ein $f^{\varkappa\lambda}$ für einen Vorgang, so richtet sich $h^{\varkappa\lambda}$ nach ihm laut Gleichung (4''): existiert $f^{\varkappa\lambda}$ nicht, so gibt es doch ein $h^{\varkappa\lambda}$, das die wesentlichen Eigenschaften aus dieser Gleichung übernimmt. Es kann übrigens vorkommen, daß $f^{\varkappa\lambda}$ von selbst aus der Definitionsgleichung für $h^{\varkappa\lambda}$ verschwindet, z. B. im kugelsymmetrischen Feld, in dem man die f-Komponenten nur in der rt- und $\varphi\vartheta$-Ebene voraussetzt.

Die wesentlichste Eigenschaft des „Sechservektors" h ist die, daß für ihn nur zwei Komponenten beliebig vorgeschrieben werden können. Wie aus (4'') hervorgeht, ist

$$h^{\varkappa\lambda} = \pm h^{\varkappa\lambda *}, \qquad (11)$$

woraus

$$\left.\begin{aligned} h^{\varkappa\lambda} h_{\varkappa\mu} &= \pm h^{\varkappa\lambda} h^{*}_{\varkappa\mu} = \pm \frac{1}{4} g^{\lambda}_{\mu} (hh^*) = \frac{1}{4} g^{\lambda}_{\mu} h^2 \\ &= g^{\lambda}_{\mu} \left(= \delta^{\lambda}_{\mu} = 1 \text{ für } \lambda = \mu,\ = 0 \text{ für } \lambda \neq \mu\right)^{1}) \end{aligned}\right| \qquad (12)$$

folgt, wo h^2 und $\pm hh^*$ die zu $h_{\varkappa\lambda}$ gehörigen Skalare $h^{\varkappa\lambda} h_{\varkappa\lambda}$ und $\pm h^{\varkappa\lambda} h^{*}_{\varkappa\lambda}$ sind. Diese werden offenbar unter sich gleich und haben den Wert 4, wie aus der Regel $h^{\varkappa}_{a} h_{\varkappa b} = \delta_{ab}$ hervorgeht.

Bildet man die Komponenten des Tensors h im Lokalsystem, so sieht man aus der Gleichung (4'') leicht ein, daß in diesem System alle Komponenten bis auf folgende verschwinden.

$$h_{14} = +1, \quad h_{23} = \pm 1, \quad h_{32} = \mp 1, \quad h_{41} = -1.$$

Diese Tatsache kann man benutzen, um durch Übergang in das Lokalsystem Tensorkomponenten oder auch Skalare des Universalsystems leichter berechnen zu können. Davon wird öfter Gebrauch gemacht werden. Zunächst möge gezeigt werden, wie man mit Hilfe des Tensors $h_{\varkappa\lambda}$ die dualen Komponenten eines in zwei Zeigern antisymmetrischen Tensors berechnen kann. Dies geschieht durch die Gleichung, in der die Sternchen die Zeiger andeuten, in denen die duale Komponente genommen worden ist (die anderen kommen nicht in Betracht).

$$\left.\begin{aligned} A \cdots \varkappa^* \cdots \lambda^* \cdots = \pm \frac{1}{2} (&h_{\varkappa\lambda} h_{\gamma\delta} + h_{\varkappa\gamma} h_{\delta\lambda} \\ &+ h_{\varkappa\delta} h_{\lambda\gamma}) A \cdots{}^{\gamma} \cdots{}^{\delta} \cdots \end{aligned}\right| \qquad (13)$$

Der Beweis für diese Gleichung wird dadurch geführt, daß man sie im Lokalsystem ausdrückt:

$$\left.\begin{aligned} A \cdots k^* \cdots l^* \cdots = \pm \frac{1}{2} (&h_{kl} h_{cd} + h_{kc} h_{dl} \\ &+ h_{kd} h_{lc}) A \cdots c \cdots d \cdots \end{aligned}\right| \qquad (13')$$

Er ist leicht, wenn man die Lokalkomponenten von h, die oben angegeben sind, berücksichtigt. Steht ein Tensor $h^{\varkappa\lambda}$ mit den hier angegebenen Eigenschaften nicht zur Verfügung, so muß man bekanntlich zum dualen Tensor nach der Gleichung

$$A \cdots \varkappa^* \cdots \lambda^* \cdots = \frac{1}{2} \varepsilon_{\varkappa\lambda\gamma\delta} \sqrt{g} \cdot A \cdots{}^{\gamma} \cdots{}^{\delta} \cdots \qquad (13'')$$

---

1) Diese von Eddington gebrauchte Schreibweise ist m. E. zweckmäßiger als δ^{λ}_{μ}.

übergehen, wo $\varepsilon_{\varkappa\lambda\gamma\delta}$ der sogenannte Einheitstensor ist, der voll antisymmetrisch ist und den Wert ± 1 annimmt, je nachdem die Zeigerfolge $\varkappa\lambda\gamma\delta$ eine gerade oder eine ungerade Permutation einer beliebig vorgeschriebenen Folge der vier Zahlen 1 bis 4, gewöhnlich der Folge 1, 2, 3, 4, ist. Da wir hier über den Tensor $h^{\varkappa\lambda}$ verfügen können, sind wir in der Lage, diesen „Volumtensor" $\varepsilon_{\varkappa\lambda\gamma\delta}\sqrt{g}$ durch $\pm(h_{\varkappa\lambda}h_{\gamma\delta}+h_{\varkappa\gamma}h_{\delta\lambda}+h_{\varkappa\gamma}h_{\lambda\delta})$ zu ersetzen, der alle seine Eigenschaften, insbesondere die der vollen Antisymmetrie, besitzt[1]).

Rechnet man die Beinkomponenten $h^{\varkappa}_{a}$ wieder auf die $\alpha^{\varkappa}_{N}$ um, so erhält man

$$h^{\varkappa\lambda}=\frac{i}{2}(\alpha^{\varkappa}_{I}\alpha^{\lambda}_{IV}+\alpha^{\varkappa}_{II}\alpha^{\lambda}_{III}-\alpha^{\varkappa}_{III}\alpha^{\lambda}_{II}-\alpha^{\varkappa}_{IV}\alpha^{\lambda}_{I}). \quad (14)$$

Faßt man diese Gleichungen mit (1) zusammen, so spalten sich die α-Aggregate auf in die beiden Teile

$$\left.\begin{aligned}&\alpha^{\varkappa}_{I}\alpha^{\lambda}_{IV}-\alpha^{\varkappa}_{III}\alpha^{\lambda}_{II}=g^{\varkappa\lambda}-ih^{\varkappa\lambda}\\ \text{und}\quad&-\alpha^{\varkappa}_{II}\alpha^{\lambda}_{III}+\alpha^{\varkappa}_{IV}\alpha^{\lambda}_{I}=g^{\varkappa\lambda}+ih^{\varkappa\lambda},\end{aligned}\right\} \quad (15)$$

die natürlich auseinander durch Vertauschung von $\varkappa$ und λ hervorgehen. Hieraus ergibt sich, daß die Einführung des antisymmetrischen Tensors $h^{\varkappa\lambda}$, möge sie auf Grund der Gleichung (4″) oder selbständig erfolgen, für die $\alpha^{\varkappa}_{\lambda}$ statt der zehn Bedingungsgleichungen (1) deren sechzehn von der Form (15) erzeugt, von denen aber wegen der dem Tensor $h^{\varkappa\lambda}$ auferlegten Beschränkungen nur zwölf voneinander unabhängig sind, so daß über die α noch in vierfacher Weise verfügt werden könnte. Daß dies nicht im Sinne der Erfüllung der Gleichungen (2) geschehen kann, war schon gesagt; durch die unserer Theorie anhaftende Eigentümlichkeit der Zusammenfassung dualer Tensorkomponenten zu Paaren erübrigen sich drei von den noch freibleibenden vier Verfügungsmöglichkeiten für die α, und die vierte führt, wie ebenfalls schon gesagt, durch eine Festsetzung über das Drehwinkelpaar $\vartheta_{14}\pm\vartheta_{23}$ wahrscheinlich zu einer Bestimmung der Masse.

Hiermit gewinnen aber die in den Gleichungen (15) genannten Aggregate selbständige Bedeutung und geben zu einer Erweiterung der Riemannschen Geometrie Anlaß, in der der seiner Natur nach symmetrische Fundamentaltensor $g_{\varkappa\lambda}$ (oder $g^{\varkappa\lambda}$) durch einen antisymmetrischen Teil $\mp ih_{\varkappa\lambda}$ ergänzt wird, so daß ein neuer, asymmetrischer $\tilde{g}_{\varkappa\lambda}$ erzeugt wird, der der Gleichung

$$\tilde{g}_{\varkappa\lambda}=g_{\varkappa\lambda}-ih_{\varkappa\lambda},\ \tilde{g}^{\varkappa\lambda}=g^{\varkappa\lambda}-ih^{\varkappa\lambda} \quad (VII)$$

genügt. Wie aus diesen Gleichungen hervorgeht, ist in ihnen das Heraufziehen der Zeiger in bezug auf den symmetrischen Fundamentaltensor $g^{\mu\nu}$ vollzogen; wäre es in bezug auf $\tilde{g}^{\mu\nu}$ selbst geschehen, — was durch Determinantenbildung zu geschehen hätte, aber nicht zum Ziele führt, weil diese Determinanten verschwinden, — so wäre der Zirkumflex $\sim$ auch über die Indizes gesetzt worden. Dies wird später einmal eintreten, wenn das Heraufziehen mit dem in VII definierten Tensor $\tilde{g}^{\varkappa\lambda}$ ausgeführt wird. Von $\tilde{g}_{\varkappa\lambda}$ ist $g_{\varkappa\lambda}+ih_{\varkappa\lambda}$ als $\tilde{g}_{\lambda\varkappa}$ zu unterscheiden. Da aber diese Unterscheidung statt durch Vertauschung von $\varkappa$ und λ auch durch die des an sich beliebigen Vorzeichens von i geschehen kann, gelten alle für eine Geometrie mit dem Fundamentaltensor $\tilde{g}_{\varkappa\lambda}$ gezogenen Schlüsse ohne weiteres auch für eine solche, die auf $\tilde{g}_{\lambda\varkappa}$ beruht: selbstverständlich kann von beiden Geometrien gleichzeitig nur eine gelten.

Nun ist eine antisymmetrische Erweiterung des Fundamentaltensors auf das Linienelement ohne Einfluß, dagegen sehr wohl auf den affinen Zusammenhang oder die Parallelübertragung, wenn man an dem naheliegenden Grundsatz festhalten will, daß die auf diese bezogene kovariante Ableitung des Fundamentaltensors (die wieder durch einen Zirkumflex von der Riemannschen unterschieden werden soll) verschwinden soll. Es soll also sein

$$(\tilde{g}_{\varkappa\lambda})^{\sim}_{\mu}=\frac{\partial\tilde{g}_{\varkappa\lambda}}{\partial x^{\mu}}-\Gamma^{\nu}_{\mu\varkappa}\tilde{g}_{\nu\lambda}-\Gamma^{\nu}_{\mu\lambda}\tilde{g}_{\varkappa\nu}=0^{2}). \quad (VIII)$$

Durch Zerlegung von $\tilde{g}_{\varkappa\lambda}$ in $g_{\varkappa\lambda}-ih_{\varkappa\lambda}$ und $\Gamma^{\nu}_{\mu\varkappa}$ in $\left\{\begin{matrix}\mu\varkappa\\ \nu\end{matrix}\right\}+T_{\mu\varkappa}{}^{\nu}$ erhält man daraus:

$$\begin{aligned}&\frac{\partial(g_{\varkappa\lambda}-ih_{\varkappa\lambda})}{\partial x^{\mu}}-(g_{\nu\lambda}-ih_{\nu\lambda})\left(\left\{\begin{matrix}\mu\varkappa\\ \nu\end{matrix}\right\}+T_{\mu\varkappa}{}^{\nu}\right)\\ &\qquad-(g_{\varkappa\nu}-ih_{\varkappa\nu})\left(\left\{\begin{matrix}\mu\lambda\\ \nu\end{matrix}\right\}+T_{\mu\lambda}{}^{\nu}\right)=0,\\ &\left[\frac{\partial g_{\varkappa\lambda}}{\partial x^{\mu}}-g_{\nu\lambda}\left\{\begin{matrix}\mu\varkappa\\ \nu\end{matrix}\right\}-g_{\varkappa\nu}\left\{\begin{matrix}\mu\lambda\\ \nu\end{matrix}\right\}\right]\\ &\qquad-i\left[\frac{\partial h_{\varkappa\lambda}}{\partial x^{\mu}}-h_{\nu\lambda}\left\{\begin{matrix}\mu\varkappa\\ \nu\end{matrix}\right\}-h_{\varkappa\nu}\left\{\begin{matrix}\mu\lambda\\ \nu\end{matrix}\right\}\right]\\ &\qquad-(g_{\nu\lambda}-ih_{\nu\lambda})T_{\mu\varkappa}{}^{\nu}-(g_{\varkappa\nu}-ih_{\varkappa\nu})T_{\mu\lambda}{}^{\nu}=0.\end{aligned}$$

Die eckigen Klammern stellen die Riemann-kovarianten Ableitungen $(g_{\varkappa\lambda})_{\mu}$ und $(h_{\varkappa\lambda})_{\mu}$ dar, von denen die erste verschwindet.

Also wird

$$(g_{\nu\lambda}-ih_{\nu\lambda})T_{\mu\varkappa}{}^{\nu}+(g_{\varkappa\nu}-ih_{\varkappa\nu})T_{\mu\lambda}{}^{\nu}=-i(h_{\varkappa\lambda})_{\mu},$$
$$T_{\mu\varkappa\lambda}+T_{\mu\lambda\varkappa}=i\left[h_{\nu\lambda}T_{\mu\varkappa}{}^{\nu}+h_{\varkappa\nu}T_{\mu\lambda}{}^{\nu}-(h_{\varkappa\lambda})_{\mu}\right].$$

In dieser Gleichung ist die linke Seite in $\varkappa$ und λ symmetrisch, die rechte antisymmetrisch;

1) Eine weitere wichtige Eigenschaft des Tensors $h^{\varkappa\lambda}$ ist die, daß sich seine (in bezug auf die Riemannsche Geometrie genommenen) kovarianten Ableitungen in jedem Falle durch die Divergenz $(h^{\varkappa\lambda})_{\lambda}=e^{\varkappa}$ ausdrücken lassen:

$$(h^{\varkappa\lambda})_{\mu}=\frac{1}{2}e^{\varrho}(g^{\varkappa}_{\varrho}g^{\lambda}_{\mu}+h_{\varrho}{}^{\varkappa}h^{\lambda}{}_{\mu}-g^{\lambda}_{\varrho}g^{\varkappa}_{\mu}-h_{\varrho}{}^{\lambda}h^{\varkappa}{}_{\mu});$$

$$(h_{\varkappa\lambda})_{\mu}=\frac{1}{2}e^{\varrho}(g_{\varrho\varkappa}g_{\lambda\mu}+h_{\varrho\varkappa}h_{\lambda\mu}-g_{\varrho\lambda}g_{\varkappa\mu}-h_{\varrho\lambda}h_{\varkappa\mu}).$$

2) Es ergibt sich übrigens hieraus als weitere Folgerung, daß auch $(g_{\varkappa\lambda})^{\sim}_{\mu}$ und $(h_{\varkappa\lambda})^{\sim}_{\mu}$ verschwinden.

das kann nur sein, wenn beide Seiten verschwinden. Daraus aber ergibt sich erstens, daß der Zusatztensor $T_{\mu\varkappa\lambda}$ des affinen Zusammenhanges in den letzten beiden Zeigern antisymmetrisch ist, und zweitens

$$h_{\nu\lambda}T_{\mu\varkappa}{}^{\nu} + h_{\varkappa\nu}T_{\mu\lambda}{}^{\nu} = (h_{\varkappa\lambda})_{\mu}. \qquad (16)$$

$$\left.\begin{aligned} \text{für } k=1,\ l=2\text{:}\quad & h_{32}T_{m13} + h_{14}T_{m24} = \pm T_{m31} + T_{m24} = (h_{12})_m,\\ \text{für } k=2,\ l=4\text{:}\quad & h_{14}T_{m21} + h_{23}T_{m43} = -T_{m12} \mp T_{m34} = (h_{24})_m,\\ \text{für } k=1,\ l=4\text{:}\quad & h_{14}T_{m11} + h_{14}T_{m44} = \quad 0 \quad \pm\ 0 \quad = (h_{14})_m \end{aligned}\right\} \qquad (16'')$$

und entsprechend für die dualen Zusammenstellungen von k und l. Daraus geht hervor, daß auffallenderweise gerade $(h_{14})_m$ und $(h_{23})_m$ verschwinden, während $(h_{12})_m = \pm(h_{34})_m$ und $(h_{24})_m = \pm(h_{31})_m$ im allgemeinen von Null verschieden sind[2]).

Auf der linken Seite treten in (16'') nun wieder Paare von dualen Komponenten des Lokalsystems auf, wenigstens in den beiden ersten Gleichungen. Die dritte wird durch die Identität ersetzt

$$T_{m14} \pm T_{m23} = \frac{1}{2} h_{rs}T_{mrs}. \qquad (16''')$$

Geht man nun wieder zum Universalsystem über, so lassen sich, wie die Durchrechnung zeigt, diese drei Gleichungen des Lokalsystems ersetzen durch

$$T_{\mu\varkappa\lambda} \pm T_{\mu\varkappa}{}^{*}{}_{\lambda} = (h_{\nu\varkappa})_{\mu}h^{\nu}{}_{\lambda} + \frac{1}{2} h^{\varrho\sigma}T_{\mu\varrho\sigma} \qquad (17)$$

die mit (16) völlig identisch sind.

Durch Verjüngung können aus dem Tensor $T_{\varkappa\lambda\mu}$ zwei Vektoren gebildet werden, die voneinander unabhängig sind. Wegen der Antisymmetrie in den beiden letzten Zeigern ist der Vektor $T_{\varkappa\lambda}{}^{\lambda}$ identisch O, scheidet also aus, und der Vektor $T^{\lambda}{}_{\mu\lambda}$ stimmt mit $T^{\lambda}{}_{\lambda\mu}$ bis auf das Vorzeichen überein, so daß zunächst nur dieser eine zu existieren scheint; aber durch die duale Beziehung ist noch ein zweiter: $T^{\lambda}{}_{\lambda}{}^{*}{}_{\mu}$ gegeben. Man hat also die beiden Vektoren:

$$t_{\mu} = T^{\lambda}{}_{\lambda\mu} \quad \text{und} \quad u_{\mu} = T^{\lambda}{}_{\lambda}{}^{*}{}_{\mu}. \qquad (18)$$

Zieht man in (17) μ nach oben und verjüngt in bezug auf μ und $\varkappa$, so wird

$$t_{\lambda} \pm u_{\lambda} = (h_{\nu}{}^{\mu})_{\mu}h^{\nu}{}_{\lambda} + \frac{1}{2} h^{\mu}{}_{\lambda}h^{\varrho\sigma}T_{\mu\varrho\sigma},$$

$$t_{\lambda} \pm u_{\lambda} = e_{\nu}h^{\nu}{}_{\lambda} + \frac{1}{2} h^{\mu}{}_{\lambda}h^{\varrho\sigma}T_{\mu\varrho\sigma}.$$

Durch Multiplikation mit $h_{\varkappa}{}^{\lambda}$ erhält man wegen $h_{\varkappa}{}^{\lambda}h^{\nu}{}_{\lambda} = g^{\nu}_{\varkappa}$ und $h_{\varkappa}{}^{\lambda}h^{\mu}{}_{\lambda} = g^{\mu}_{\varkappa}$:

$$\left.\begin{aligned} & h_{\varkappa}{}^{\lambda}(t_{\lambda} \pm u_{\lambda}) = e_{\varkappa} + \frac{1}{2} h^{\varrho\sigma}T_{\varkappa\varrho\sigma},\\ \text{also}\quad & h^{\varrho\sigma}T_{\varkappa\varrho\sigma} = 2h_{\varkappa}{}^{\lambda}(t_{\lambda} \pm u_{\lambda}) - 2e_{\varkappa}{}^{3}). \end{aligned}\right\} \qquad (19)$$

Diese Gleichung kann wieder (durch Multiplikation mit $h^{\varkappa}_{k}h^{\lambda}_{l}h^{(\mu)}_{m}$) in das Lokalsystem übertragen werden:

$$h_{nl}T_{mkn} + h_{kn}T_{mln} = (h_{kl})_m \ ^{1}). \qquad (16')$$

Unter Berücksichtigung der früher für h_{ab} gegebenen Werte erhält man

Dies kann man wieder in die Gleichung (17) einsetzen, die dann zu

$$\left.\begin{aligned} & T_{\mu\varkappa\lambda} \pm T_{\mu\varkappa}{}^{*}{}_{\lambda} = (h_{\nu\varkappa})_{\mu}h^{\nu}{}_{\lambda}\\ & \quad + h_{\varkappa\lambda}[h_{\mu}{}^{\nu}(t_{\nu} \pm u_{\nu}) - e_{\mu}] \end{aligned}\right\} \qquad (17')$$

wird.

Infolge der Antisymmetrie des Tensors $T_{\varkappa\lambda\mu}$ in den beiden letzten Zeigern sinkt seine Komponentenzahl von $4^3 = 64$ auf $4 \cdot 6 = 24$. Außerdem ist er an die Gleichungen (17) oder (17') gebunden, deren Anzahl, soweit sie von einander unabhängig sind, acht beträgt. Man hat daher noch sechzehn Bestimmungsmöglichkeiten frei. Die kann man zunächst dahin ausnutzen, daß die sogenannten mechanischen oder ponderomotorischen Gleichungen des Elektromagnetismus sich in das einfache Gewand

$$\left(\frac{dx^{\mu}}{ds}\right)_{\nu} \frac{dx^{\nu}}{ds} = 0 \qquad (IX)$$

kleiden. Der Zirkumflex über dem Ableitungszeiger ν soll andeuten, daß die kovariante Ableitung mit bezug auf das geänderte Gesetz (VI) der Parallelverschiebung genommen wird. Es ist dann

$$\left(\frac{dx^{\mu}}{ds}\right)_{\nu} \frac{dx^{\nu}}{ds} = \left(\frac{dx^{\mu}}{ds}\right)_{\nu} \frac{dx^{\nu}}{ds} + T_{\nu\lambda}{}^{\mu} \frac{dx^{\lambda}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds}.$$

Das letzte Glied stellt das Zusatzglied dar, das durch die ponderomotorische Kraft hinzutritt, und erhält dadurch die Gestalt

$$T_{\nu\lambda}{}^{\mu} \frac{dx^{\lambda}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds} = \frac{e}{m} r_{\lambda\mu}r^{\lambda}$$

oder auch

$$\varepsilon \cdot r_{\lambda\mu} \frac{dx^{\lambda}}{ds}.$$

Hierin bedeutet $r_{\lambda\mu}$ das die Bewegung beherrschende Feld, r^{λ} dessen Potential, das proportional zu der Geschwindigkeit dx^{λ}/ds angenommen werden kann, e die Ladung und m die Masse des Teilchens, ε eine Konstante oder einen Skalar. Es handelt sich nun darum, $T_{\nu\lambda}{}^{\mu}$ so zu definieren, daß diese Gleichung gilt und andrer-

1) Im Lokalsystem wird natürlich zwischen Hoch- und Tiefstellung der Zeiger nicht mehr unterschieden.

2) Dies Verhalten folgt natürlich aus der in Anm. 1 auf S. 156 gegebenen Formel für $(h_{\varkappa\lambda})_{\mu}$.

3) Ähnlich erhält man $h^{\mu\lambda}T_{\mu\lambda\sigma} = e_{\sigma} - h_{\sigma}{}^{\varkappa}t_{\varkappa}$.

seits den Gleichungen (17′) genügt wird. Das tritt ein, wenn

$$\left.\begin{aligned} T_{\nu\lambda\mu} &= \frac{1}{2}(e_\nu h_{\lambda\mu} + e_\lambda h_{\mu\nu} + e_\mu h_{\nu\lambda}) \\ &+ r_{\lambda\mu}\left(\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[h_\nu^\varrho (t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{3}{2}e_\nu\right]^{1)} \end{aligned}\right| \quad (20)$$

gesetzt wird, wobei der Sechservektor $r_{\mu\nu}$ den Gleichungen

$$r_{\mu\nu} \pm r^*_{\mu\nu} = h_{\mu\nu}\left(\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*\right)^{\frac{1}{2}} \quad (21)$$

genügen muß, in denen r^2 und rr^* in bekannter Weise die beiden zu diesem Sechservektor gehörigen Skalare sind. Diese Bedingung wird sowohl von $h_{\mu\nu}$ selbst als von $f_{\mu\nu}$ und von $q_{\mu\nu} + 2e_{\mu\nu}$ erfüllt, also auch von einem beliebigen linearen Aggregat dieser Sechservektoren. Durch Übergang zu dem zu $\lambda\mu$ dualen Zeigerpaar mittels der Gleichungen (13) erhält man

$$\left.\begin{aligned} T_{\nu\lambda^*\mu} &= \pm\frac{1}{2}e^\delta(h_{\lambda\delta}g_{\mu\nu} + h_{\delta\mu}g_{\nu\lambda}) \\ &+ r^*_{\lambda\mu}\left(\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[h_\nu^\varrho (t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{1}{2}e_\nu\right] \end{aligned}\right| \quad (22)$$

und hieraus durch Addition zu (20) wieder Gl. (17′), wenn (21) gilt. Zieht man in (20) und (22) ν herauf und verjüngt in bezug auf ν und λ, so wird

$$\left.\begin{aligned} t_\mu &= r_{\lambda\mu}\left(\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[h^{\lambda\varrho}(t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{3}{2}e^\lambda\right], \\ u_\mu &= r^*_{\lambda\mu}\left(\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \left[h^{\lambda\varrho}(t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{3}{2}e^\lambda\right] \pm \frac{3}{2}e^\delta h_{\delta\mu} \end{aligned}\right| \quad (23)$$

und danach wegen $r^{\nu\mu}r^*_{\lambda\mu} = \frac{1}{4}g^\nu_\lambda rr^*$:

$$r^{\nu\mu*}t_\mu = \frac{1}{4}rr^*\left(\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*\right)^{-\frac{1}{2}}\left[h^{\nu\varrho}(t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{3}{2}e^\nu\right],$$

$$r^{\nu\mu}u_\mu = \frac{1}{4}rr^*\left(\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*\right)^{-\frac{1}{2}}\left[h^{\nu\varrho}(t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{3}{2}e^\nu\right] \pm \frac{3}{2}e^\delta h_{\delta\mu}r^{\nu\mu},$$

$$r^{\nu\mu}u_\mu = \pm\frac{3}{2}e^\delta h_{\delta\mu}r^{\nu\mu} + t_\mu r^{\nu\mu*} = \pm\frac{3}{2}e^\delta h_{\delta\mu}r^{\nu\mu} \pm t_\mu\left(h^{\nu\mu}\sqrt{\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*} - r^{\nu\mu}\right).$$

Durch nochmalige Multiplikation mit $r^*_{\nu\lambda}$ erhält man hieraus

$$\frac{1}{4}rr^*u_\lambda = \pm\frac{3}{2}e^\delta h_{\delta\lambda}\cdot\frac{1}{4}rr^* \pm t_\mu\left(h^{\nu\mu}r^*_{\nu\lambda}\sqrt{\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*} - g^\mu_\lambda\cdot\frac{1}{4}rr^*\right),$$

$$u_\lambda = \pm\frac{3}{2}e^\delta h_{\delta\lambda} \pm t_\mu\left(h^{\nu\mu}r^*_{\nu\lambda}\sqrt{\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*} : rr^* - g^\mu_\lambda\right),$$

$$t_\lambda \pm u_\lambda = \frac{3}{2}e^\delta h_{\delta\lambda} + t_\mu h^{\nu\mu}r^*_{\nu\lambda}\sqrt{\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*} : \frac{1}{4}rr^*,$$

$$h_\nu^\lambda(t_\lambda \pm u_\lambda) = \frac{3}{2}e_\nu + t^\lambda r^*_{\nu\lambda}\sqrt{\frac{1}{2}r^2 \pm \frac{1}{2}rr^*} : \frac{1}{4}rr^*.$$

Setzt man dies in (20) ein, so erhält man

$$T_{\nu\lambda\mu} = \frac{1}{2}(e_\nu h_{\lambda\mu} + e_\lambda h_{\mu\nu} + e_\mu h_{\nu\lambda}) + r_{\lambda\mu}\cdot t^\varkappa r^*_{\nu\varkappa} : \frac{1}{4}rr^*. \quad (24)$$

Wegen der Antisymmetrie der ersten Klammer in bezug auf alle drei Zeiger formt dies die Gleichung (IX) um in

$$\left(\frac{dx^\varkappa}{ds}\right)_\nu \frac{dx^\nu}{ds} + r_{\lambda\mu}\frac{dx^\lambda}{ds}\left(t^\varkappa r^*_{\nu\varkappa}\frac{dx^\nu}{ds} : \frac{1}{4}rr^*\right) = 0. \quad (IX')$$

Wegen der skalaren Natur der letzten Klammer ist dies die richtige Form für die ponderomotorischen Gleichungen, die demnach in unserer Theorie in der einfachen Gestalt der Gleichungen (IX) auftreten. Unter $r_{\lambda\mu}$ ist natürlich der Feldvektor, eine lineare Kombination

1) Der Vektor $h_\nu^\varrho(t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{3}{2}e_\nu$ steht in gewisser Beziehung zu den durch den affinen Zusammenhang (VI) gegebenen Krümmungskomponenten $\bar{R}_{\mu\alpha\nu\sigma}$ und den zu ihnen im ersten Zeigerpaare dualen $\bar{R}^*_{\mu\alpha\nu\sigma}$. (Diese erweisen sich als in beiden Zeigerpaaren $\mu\alpha$ und $\nu\sigma$ antisymmetrisch.) Es ist nämlich

$$\bar{R}_{\mu\alpha\nu\sigma} \pm \bar{R}_{\mu\alpha^*\nu\sigma} = h_{\mu\alpha}\left\{\left[h_\nu^\varrho(t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{3}{2}e_\nu - \frac{1}{2}q_\nu\right]_\sigma - \left[h_\sigma^\varrho(t_\varrho \pm u_\varrho) - \frac{3}{2}e_\sigma - \frac{1}{2}q_\sigma\right]_\nu\right\}.$$

Hierin kann q_ν, das ja kein Vollvektor ist, durch Hinzufügen von $-4i\cdot$Grad lg ψ zu einem solchen ergänzt werden.

von $f_{\lambda\mu}$ mit $q_{\lambda\mu} + 2e_{\lambda\mu}$ (vielleicht auch mit $h_{\lambda\mu}$) zu verstehen.

Nun ist in der Bestimmungsgleichung (24) für $T_{\nu\lambda\mu}$ nur noch der Vektor $t^\varkappa$ willkürlich, da ja $r_{\lambda\mu}$ als der Feldvektor anzusehen ist. Über $t^\varkappa$ werde nun so verfügt, daß

$$t^\varkappa = -ih^{\sigma\varkappa} p_\sigma = -ih^{\sigma\varkappa}\left[\frac{\partial \lg \psi}{\partial x^\sigma} + \frac{1}{4} i\,(f_\sigma + q_\sigma + 2e_\sigma)\right]^1) \tag{25}$$

wird. Dadurch ist es möglich, die Wellengleichung, die zuletzt in der Form (V) gegeben war, weiter wesentlich zu vereinfachen. Zunächst ist

$$\begin{aligned}[(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda &= (g^{\varkappa\lambda} p_\varkappa)_\lambda - \frac{1}{2} ih^{\varkappa\lambda} p_{\varkappa\lambda} - i\,(h^{\varkappa\lambda})_\lambda p_\varkappa \\ &= \operatorname{Div} p + \frac{1}{8} h^{\varkappa\lambda}(f_{\varkappa\lambda} + q_{\varkappa\lambda} + 2e_{\varkappa\lambda}) - ie^\varkappa p_\varkappa \\ &= \operatorname{Div} p + \frac{1}{4}\left[(f_{14} \pm f_{23}) + (q_{14} \pm q_{23}) + 2\,(e_{14} \pm e_{23})\right] - ie^\varkappa p_\varkappa .\end{aligned}$$

Nach der (berichtigten[2]) Formel (29) auf S. 479 in ZII ist

$$e_{14} \pm e_{23} = -\frac{1}{3}(q_{14} \pm q_{23}) - \frac{1}{2} e^2 - \frac{1}{3} R ;$$

also erhält man

$$[(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda = \operatorname{Div} p + \frac{1}{4}(f_{14} \pm f_{23}) + \frac{1}{12}(q_{14} \pm q_{23}) - \frac{1}{4} e^2 - \frac{1}{6} R - i\,(ep),$$

$$[(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda + p^2 = \operatorname{Div} p + \left(p - \frac{1}{2} ie\right)^2 + \frac{1}{4}(f_{14} \pm f_{23}) + \frac{1}{12}(q_{14} \pm q_{23}) - \frac{1}{6} R .$$

Die rechte Seite ist nun gerade der in der Wellengleichung (V) stehende Ausdruck, da Div p = Div $(p - {}^1/_2\, ie)$ wegen Div $e = 0$ ist, allerdings nur für p^+. Darüber wird weiter unten noch etwas zu sagen sein; hier erhält man zunächst für p^+ die Wellengleichung in der vereinfachten Gestalt

$$[(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda + p^2 = 0 . \tag{V'}$$

Nun ist aber

$$\begin{aligned}[(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\bar{\lambda} &= [(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda + T_{\lambda\alpha}{}^{\lambda}(g^{\varkappa\alpha} - ih^{\varkappa\alpha})\,p_\varkappa \\ &= [(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda - t_\alpha(g^{\varkappa\alpha} - ih^{\varkappa\alpha})\,p_\varkappa .\end{aligned}$$

Setzt man hierin $t\alpha$ nach (25) ein, so erhält man weiter

$$\begin{aligned}[(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\bar{\lambda} &= [(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda + ih^{\sigma}{}_{\alpha} p_\sigma (g^{\varkappa\alpha} - ih^{\varkappa\alpha})\,p_\varkappa \\ &= [(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda + ih^{\sigma\varkappa} p_\sigma p_\varkappa + g^{\sigma\varkappa} p_\sigma p_\varkappa \\ &= [(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\lambda + 0 + p^2 .\end{aligned}$$

Wenn also der Ansatz (25) gilt, nimmt die Wellengleichung die ganz einfache Gestalt

$$[(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa]_\bar{\lambda} \equiv (\tilde{g}^{\varkappa\lambda} p_\varkappa)_\bar{\lambda} = 0$$

an. Dafür kann man auch unmißverständlich schreiben.

$$(\tilde{p}_\lambda)_\bar{\lambda} = \widetilde{\operatorname{Div}}\, p = 0 . \tag{V''}$$

Man kann aber auch $p_\varkappa$ durch $ih^{\varkappa\varrho} t_\varrho$ und $\tilde{p}^\lambda = (g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,p_\varkappa$ durch $ih^{\varkappa\varrho}(g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda})\,t_\varrho = (g^{\lambda\varrho} + ih^{\lambda\varrho})\,t_\varrho = (g^{\varrho\lambda} - ih^{\varrho\lambda})\,t_\varrho = \tilde{g}^{\varrho\lambda} t_\varrho = \tilde{t}^\lambda$ ersetzen; dann nimmt die Wellengleichung die noch einfachere Gestalt

$$(\tilde{t}^\lambda)_\lambda = \widetilde{\operatorname{Div}}\, t = 0 \tag{V'''}$$

an, in der nur noch der durch den gewählten affinen Zusammenhang definierte Vektor t auftritt. Die Vektoren p und $\tilde{t}$ und alle ähnlich gebauten sind lichtartige oder Nullvektoren; denn es ist

$$\begin{aligned}g_{\mu\nu}\tilde{p}^\mu \tilde{p}^\nu &= g_{\mu\nu}(g^{\varkappa\mu} - ih^{\varkappa\mu})(g^{\lambda\nu} - ih^{\lambda\nu})\,p_\varkappa p_\lambda \\ &= (g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda} - ih^{\lambda\varkappa} - g^{\lambda\varkappa})\,p_\varkappa p_\lambda = 0 .\end{aligned}$$

Natürlich rührt dieses Verhalten nur von dem Bau des asymmetrischen Fundamentaltensors $\tilde{g}^{\varkappa\lambda} = g^{\varkappa\lambda} - ih^{\varkappa\lambda}$ her und nicht von den Vektoren p, t usw.

Da das Vorzeichen von $i = \sqrt{-1}$ völlig willkürlich ist, bleiben alle Schlüsse richtig, wenn man dies Vorzeichen überall ändert, also einen asymmetrischen Fundamentaltensor $\tilde{g}^{\varkappa\lambda} = g^{\varkappa\lambda} + ih^{\varkappa\lambda}$ und in den affinen Zusammenhang (24)

$$t^\varkappa = +ih^{\sigma\varkappa}\frac{\partial \lg \psi}{\partial x^\sigma} + \frac{1}{4} h^{\sigma\varkappa}(f_\sigma + q_\sigma + 2e_\sigma) \tag{25'}$$

---

1) Auch der einfachere Ansatz $t_\varkappa = -p_\varkappa$ führt zum gleichen Ziele.

2) Die Berichtigung betrifft die Anmerkung 1) auf S. 153 und den Ersatz von q durch iq (vgl. S. 151).

einführt. Zum Unterschied muß nun die in (25) benutzte Wellenfunktion mit ψ_+ bezeichnet werden. Benutzt man (25′) statt (25), so entsteht die Wellengleichnng für ψ^-, also auch für ψ_-. Selbstverständlich muß man sich für das eine oder das andere Vorzeichen entscheiden. Das hat verschiedene Bedeutung, je nachdem, für was für einen Vorgang die Wellengleichung gelten soll. Am Ende des 1. Teiles der vorliegenden Arbeit waren in dieser Hinsicht drei Fälle unterschieden: Erstens sollte sie das Weltgeschehen im ganzen, zweitens einen einzelnen Elementarvorgang ohne fremde Beeinflussung und drittens einen beliebigen Teilvorgang des Weltablaufs darstellen, der sich wieder aus einer willkürlichen Zahl von elementaren Vorgängen zusammensetzen und unter beliebiger fremder Beeinflussung stehen kann. Nur im letzten Fall sollte f von 0 verschieden angenommen werden.

Bezieht sich die Wellengleichung auf das gesamte Weltgeschehen, so würde eine Änderung des Vorzeichens von i, die in diesem Falle, wo $f = 0$ ist, einer Änderung des Schraubensinnes gleichbedeutend ist, die Annahme einer andern, mit der ersten gleichberechtigten Betrachtungsweise des Weltablaufs sein. Setzt man dagegen die Wellengleichung für einen Elementarvorgang ohne Einfluß eines fremden Feldes an, wobei also ebenfalls $f = 0$ ist, so bedeutet der Übergang von $+i$ zu $-i$ ebenfalls eine Änderung des Schraubensinnes, d. h. der Ladung des Elementarteilchens und zugleich seines Dralles, der mit der Ladung in beliebig vorgegebener Weise gekoppelt sein kann. Läßt man endlich ein fremdes Feld mit dem Potential f zu, so gilt zwar das soeben für den Elementarvorgang Gesagte auch; es müßte dann aber auch die Möglichkeit gegeben sein, das Vorzeichen von f unabhängig von dem von i zu ändern, wodurch $T_{\nu\lambda\mu}$ vierdeutig wird. Dadurch ist es dann auch möglich, die vier hierbei auftretenden, voneinander zu unterscheidenden ψ-Funktionen auf Elementarteilchen verschiedener Ladung und verschiedenen Dralles zu beziehen, wie das in WII ausgeführt ist, wobei das Wort „Proton" nach unserer jetzigen Kenntnis wohl durch „positives Elektron" zu ersetzen wäre. Diese Unterscheidung erweist sich hier als nötig, weil ein fremdes Feld $\varphi_\varkappa$ vorausgesetzt wird, das als $f_\varkappa$ im Falle des negativen Elektrons mit dem umgekehrten Zeichen gegenüber dem positiven eingeführt werden muß, da

$$f_\varkappa = -\frac{8\pi e}{hc}\varphi_\varkappa$$

zu setzen ist.

Natürlich würde die hierdurch bedingte Vierdeutigkeit des Tensors $T_{\nu\lambda\mu}$ des affinen Zusammenhanges begriffliche Schwierigkeiten bereiten, wenn eben nicht das Anwendungsgebiet, in dem diese Vierdeutigkeit auftritt, dasjenige wäre, in dem von vornherein mit größeren Komplikationen zu rechnen wäre: ein aus mehreren elementaren Prozessen zusammengesetzter Teilvorgang des Weltgeschehens, während die beiden Grenzfälle, der reine Elementarvorgang und der gesamte Weltablauf, von dem fremden Potential f frei sind und daher nur eine Doppeldeutigkeit des Tensors T bedingen, die sowohl durch die Zweiwertigkeit von i als durch die doppelte Schraubungsmöglichkeit in der vierdimensionalen Welt erklärt werden kann.

Zusammenfassung.

Es scheint somit gelungen, die Theorie, die ursprünglich nur von der Ersetzbarkeit einer partiellen linearen Differentialgleichung II. Ordnung mit einer unabhängigen Veränderlichen durch ein System von zwei solchen Gleichungen der I. Ordnung mit zwei Veränderlichen ausging, als eine differentialgeometrische Theorie in einer nichtriemannschen Mannigfaltigkeit zu deuten. Damit stellt sie sich in die Reihe der Erweiterungen der Riemannschen Geometrie, die zum Zwecke der Erklärung des Elektromagnetismus zuerst von H. Weyl[1]), dann ausführlicher von A. St. Eddington[2]) eingeführt wurden, eine grundlegende mathematische Behandlung von E. Cartan[3]) erfuhren und in der neueren Zeit besonders von P. Straneo[4]) diskutiert wurden. Da wir hier zwangsläufig dazu veranlaßt wurden, in den affinen Zusammenhang neben dem Elektromagnetismus die Materie einzuführen, weil das „Eigenpotential" q erst durch $-4i \cdot \mathrm{Grad}\,\lg\psi$ zu einem Vollvektor ergänzt wird, ist in unserer Theorie gegenüber der sogenannten unitarischen der Schwere und des Elektromagnetismus von selbst eine Erweiterung enthalten.

Über die durch die Theorie erklärten Grundtatsachen des physikalischen Weltgeschehens ist am Ende des I. Teils ausführlich berichtet.

1) H. Weyl, Eine Erweiterung der Relativitätstheorie. Ann. d. Phys. **59**, 101, 1919.

2) A. St. Eddington, A Generalisation of Weyls Theory of the Electromagnetic and Gravitational Fields. Proceed. of the Royal Soc. **99**, 104, 1921.

3) E. Cartan, Sur les variétés à connexion affine et la théorie de la relativité generalisée. Ecole Normale 1923/25.

4) Z. B. P. Straneo, Teorie Unitarie della gravitazione e dell'elettricità, Nuovo Cimento VIII, H. 6, 1931.

(Eingegangen 12. September 1933.)

Über den Lichtstoß (Strahlstoß) des Funkens.

Von Max. Toepler.

Soweit mein Gesetz für den Funkenwiderstand gilt, müßte der zeitliche Verlauf des Zusammenbruchs der Funkenspannung unabhängig von der entladenen Kapazität und, soweit die Funkenspannung proportional der Schlagweite ist, auch von letzterer sein[1]). Hiernach ist auch für die Lichtstöße dieser Funken untereinander gleiche Zeitdauer anzunehmen. Die Herstellung bestimmt normierter Lichtstöße erscheint hiernach nicht allzu schwierig, Vorarbeit hierfür gibt die vorliegende Notiz.

Es gibt, wie zuerst von mir nachgewiesen wurde[2]), verschiedene Funkenarten, je nach der Entladungsform vor Funkenausbruch, mit einem verschiedenen Werte der Funkenkonstante[3]). Charakteristische Verschiedenheiten im Lichtstoße je nach der Funkenart sind hiernach zu erwarten. Von besonderem Interesse war festzustellen, ob sich auch die von mir kürzlich erst gefundene Knickstelle im Verlaufe der Anfangsspannungen[4]) im Verhalten des Lichtstoßes widerspiegelt.

Zur Untersuchung wurde die Änderung der Funkenspannung durch gegenseitige Belichtung zweier parallel geschalteter Funken benutzt. Man mißt so nur die integrale Lichtstärke aller Wellenlängen unter $280 \cdot 10^{-7}$ cm; dieser kurzwellige Teil des Lichtstoßes sei „Strahlstoß" genannt[5]).

Versuchsanordnung.

Ein Transformator T für 50 $kV_{eff.}$ lädt mittels zweier Glühventile G_1 und G_2, vgl. Fig. 1, über die Wasserwiderstände R_1 und R_2 je 10^6 Ohm die Ausgleichkapazität K_0 (Papierkondensatoren 40000 cm) und über die Schieferwiderstände SW_1 und SW_2 von je 10^7 Ohm das Meßsystem. Dies besteht aus den zwei parallel geschalteten Entladungskreisen von F und F'. Der Abstand von F nach F' betrug stets 31 cm. Die Funkenstrecke F mit Messingkugeln von je 5 cm Durchmesser war mit den Kapazitäten K_1 K_2 (je 11000 cm, wirksam also 5500 cm) möglichst selbstinduktionslos und widerstandslos verbunden, die Funkenstrecke F' zwischen Messingkugeln von je 2 cm Durchmesser mit gleichgroßen Kapazitäten K_3 und K_4 (wirksam 5500 cm) widerstands- und selbstinduktionslos. Die Zuleitungen zu F und F' waren 0,6 cm stark.

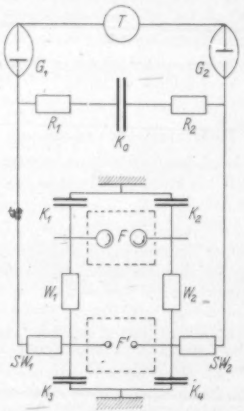

Fig. 1.

Sowohl F wie F' standen je in einem geerdeten Käfige von 20 cm Durchmesser, 34 cm Länge, 12sprossig, Sprossendurchmesser 0,8 cm. Die Entladungskreise F und F' wurden bei allen Tabellen entweder durch Widerstände W_1 und W_2 von je $1{,}05 \cdot 10^5$ Ohm locker oder durch metallische Überbrückung von W_1 und W_2 engstens gekoppelt.

Von dieser normalen Anordnung bestanden folgende Abweichungen:

bei Tabelle I waren die Käfige isoliert aufgestellt und je mit der Anode rechts metallisch verbunden (gekäfigte Anoden);

bei Tabelle II umgekehrt die Kathoden links (gekäfigte Kathoden);

bei Tabelle III fehlte zufällig der Käfig um F', der um F war geerdet (symmetrische Spannung), die wirksame Kapazität neben F und F' betrug hier je 6500 cm;

bei Tabelle IVa und IVb war die Kathodenkugel links von F' durch eine Messingspitze von 30° Öffnung ersetzt;

bei Tabelle IVb waren zudem bei F Kugeln von 10 cm Durchmesser statt 5 cm Durchmesser benutzt. Die unteren Werte von Tabelle IVb sind beim Anblasen von F' mit Zimmerluft mittels eines am geerdeten Käfige stehenden kalten Föns gewonnen.

1) M. Toepler, Ann. d. Phys. **21**, 220, 1906.
2) M. Toepler, Ann. d. Phys. **2**, 612, 1900.
3) M. Toepler und T. Sasaki, Arch. f. Elektrot. **26**, 111, 1932.
4) M. Toepler, ETZ 1932, S. 1219; Zeitschr. f. techn. Phys. **13**, 386, 1932.
5) Diese Trennung in Strahlstoß und Lichtstoß ist auch deshalb naheliegend, da letzterer um $450 \cdot 10^{-7}$ cm erst kürzlich gesondert untersucht wurde. Vgl. M. Kornetzki, V. Fomin, R. Steinitz, Zeitschr. f. techn. Phys. **14**, 7, 274, 1933. Leider ist hier die Scheidung in Wirkung nach Entladungsformen durch die nach Elektrodenformen stark verwischt.

Nach Vorversuchen verminderte die Einfügung der Kapazität K_0 nur die Streuung der Meßergebnisse, ohne ihre Durchschnittswerte merklich zu ändern. Die gleiche Wirkung hat es, wenn außer R_1 und R_2 auch noch die Schutzwiderstände SW eingefügt wurden. Durch das Anschalten von K_0 mit Vorschaltwiderständen entsteht in F bzw. F' außer dem Batteriefunken aus K_1K_2 und K_3K_4 noch ein Nachfließen der Ladung K_0 in Form eines Büschelbogens.

Satz 1. Der Lichtstoß dieses Büschelbogens war also verschwindend klein.

Meßart und ihre Ausdeutung.

Für bestimmt eingestellte Schlagweite F' wurde F in kleinen Schritten variiert (je 0,005 cm).

a) Engste Koppelung, d. h. W_1 und W_2 war metallisch überbrückt. Für kleine Längen F bilden sich Funken bei F, für große Längen F dagegen bei F'. Nie wurde gleichzeitige Funkenbildung in F und F' beobachtet. Die Umschlagslänge von F sei mit s norm. bezeichnet.

Die in den Tabellen angegebenen Werte s norm. entsprechen fünf Treffern auf F und fünf Treffern auf F' unter zehn Entladungen.

b) Lockere Widerstandskoppelung. Sind Widerstände W_1 und W_2 zwischengeschaltet, so beobachtet man folgendes: Für kleinste Werte F Funken nur in F; nach Überschreiten der Umschlagslänge s min. Funken gleichzeitig in F und F', also Doppelfunken bis zur Umschlagslänge s max.; für größere Längen F treten nur noch Funken in F' auf.

c) Bei Koppelung mit Selbstinduktion, d. h. Metallspulen statt W_1 und W_2, haben wir ähnlichen Befund wie bei b, nur mit anderen Umschlagswerten.

Die Werte s min. entsprechen fünf Treffern in F' und zehn in F unter zehn Entladungen, die Werte s max. gelten für zehn Treffer in F' und fünf Treffer in F unter zehn Entladungen. Jeder Tabellenwert ist aus wenigstens 200 Einzelentladungen gewonnen. Als Zeitabstand der einzelnen Entladungen jedes Zehnersatzes wurde 2–3 Sekunden benutzt, was sich nach Vorversuchen als hinreichend und nötig erwiesen hatte.

Zu a. Bei metallischer Überbrückung von W_1 und W_2 kann kein merklicher Unterschied der Spannungen bei F und F' eintreten. Der vom erstausbrechenden Funken während seiner Entwicklung ausgesandte Strahlstoß trifft im anderen Schlagraume eine schon synchron stark gesenkte Spannung. Die Werte s norm. des Funkens F lassen also die durch wechselseitige Belichtung nicht beeinflußte Spannung in F und F' entnehmen. Tatsächlich werden nach Vorversuchen gleiche Werte s norm. erhalten, wenn man zwischen F und F' einen schwarzen Blendschirm stellt und diffuses Licht durch Umhüllung der Käfige wegfängt.

Zu b. Je größer W_1 und W_2 ist, um so mehr hinkt der Spannungsabbau im zweiten Schlagraume dem mit erstausbrechendem Funken nach. Der Lichtstoß dieses ersten Funkens trifft noch auf Spannung am zweiten Schlagraume. Ist letztere hinreichend hoch, so vermag der erste Strahlstoß den zweiten Funken zu zünden – so entstehen Doppelfunken. Solange F unter s norm. ist, zündet ein Funken in F den Funken in F' (Intervall [s norm. — s min.]). Ist F größer als s norm. gewählt, so bricht zuerst der Funken F' aus und zündet F (Intervall [s max. — s norm.]). Ist der zündende Strahlstoß schon voll abgelaufen vor einer merklichen Spannungssenke im getroffenen Schlagraume, so wird eine weitere Vergrößerung von W_1 und W_2 ohne Einfluß auf die Intervallgröße sein. Nach Vorversuchen war dies für W_1 und W_2 gleich 10^5 Ohm der Fall.

Das Intervall [s max. — s norm.] gibt also die Senkung der Spannung s max. an F durch einen Strahlstoß, ausgehend vom Funken F' mit Zündspannung s norm.

Das Intervall [s norm. — s min.] gibt die Senkung der Spannung s norm. an F', veranlaßt durch einen Strahlstoß, ausgehend vom Funken F mit der Spannung s min.

Für die Wertedifferenzen [s max. — s norm.] und [s norm. — s min.] als Funktion von F' und F oder von s norm. sind Unstetigkeiten überall dort zu erwarten, wo die Funkenbildung in F' oder auch in F solche besitzt. Für die Funkenbildung bei F mit Kugeln von 5 cm ⌀ liegt die erste Knickstelle im Verlaufe der Funkenspannung, also von s norm., bei 2 cm[1]). (Für 10 cm ⌀ im Käfige von 20 cm ⌀ bei 2,4 cm.) Bis dahin sind alle Unregelmäßigkeiten genannter Differenzen durch das Verhalten allein der Funkenbildung in F' verursacht.

Eine etwa vorhandene spannungerhöhende Wirkung kann nach der benutzten Meßart nicht in Erscheinung treten.

Vorversuche.

Grenzstromstärken. Voranstehende Betrachtungen gelten ohne weiteres, wenn der Funkenbildung in F und F' keine elektrische

1) Johs. Claußnitzer, Elektrotechn. Zeitschrift 1933, Heft 38, S. 911.

Strömung von merklicher Stärke durch den Schlagraum vorausgeht.

In F haben wir Stromlosigkeit praktisch wenigstens bis zu meiner Knickstelle.

In F' treten bei langen Schlagweiten Ströme i' auf. Werden die Zuleitungen SW an F gelegt, so erscheint s min. um $i' \cdot (W_1 + W_2)$ zu hoch. Deshalb wurden die Zuleitungen SW bei den Tabellen an F' angeschlossen, wie Fig. 1 zeigt. Dann erhält man s min. wie s norm. und s max. ohne Korrektur.

Findet bei F' eine starke Ausströmung i' statt, dann erfolgt nach Vorversuchen und nach den Tabellen keine Spannungssenkung bei F' durch Lichtstoß F. Dann gibt bei Schaltung von SW an F die Differenz [s min. — s norm.] dividiert durch $W_1 + W_2$ den Wert der Grenzstromstärke in F'. Nach orientierenden Messungen mit $W_1 + W_2 = 6 \cdot 10^6$ Ohm blieb die Grenzstromstärke bei den vorliegenden Versuchen unter $2 \cdot 10^{-4}$ Amp.

Labile Entladungsformen. Da in den Tabellen die Zuführungen SW stets an F' gelegt waren und da in F stets Stromlosigkeit herrschte, so könnten die Werte s min. nie über s norm. liegen (eine Spannungserhöhung durch Belichtung kann ja nach der Art der Messungen nicht in Erscheinung treten). Dies war jedoch für große Schlagweiten F' sicher öfters der Fall. Bei Messung von s norm. benutzt man nun aber doppelt so starke Funken als bei Messung von s min. und s max.; daher kommt es in Gebieten, wo verschiedene Entladungsformen mit verschiedenen Grenzstromstärken sich fast gleich leicht ausbilden können, öfters vor, daß s norm. für eine andere Funkenform gemessen wird als wie s min. Dann ist [s max. — s min.] statt [s max. — s norm.] zu wählen.

Zu c. Mit zwei dickdrahtigen Kupferspulen von je $8 \cdot 10^5$ Henry statt W_1 und W_2 und je 6500 cm wirksamer Kapazität wurden bei Vorversuchen für $F' = 1$ cm und dann $F' = 2$ cm statt [s max. — s min.] erst 0,15 cm, dann 0,412 cm nur noch 0,070 cm, dann 0,199 cm gemessen.

Satz 2. Während einer Viertelschwingung, d. h. $1{,}8 \cdot 10^{-6}$ sec, war also schon der größere Teil des Strahlstoßes vorbei.

Wirksame Wellenlängen des Strahlstoßes. Vorversuche für F' gleich 1 cm ergaben für F die Werte [s max. — s min.]

1. bei schwarzer Umhüllung des Käfigs um F zu 0,0242 cm, nicht Null, wegen des diffusen Lichtes von den Stützen durch die Käfigseiten,
2. nach Öffnung eines Kreisfensters von 3 cm ⌀ zwischen F' und F zu 0,2275 cm,
3. nach Zwischenschieben einer Glasplatte von 0,2 cm Dicke zu 0,0214 cm,
4. nach Ersatz der Glasplatte durch eine gleichdicke Quarzplatte zu 0,2145 cm.

Satz 3. Der wirksame Teil des Spektrums des gesamten Lichtstoßes lag also bei Wellenlängen kleiner als $280 \cdot 10^{-7}$ cm.

Alle Tabellenwerte wurden mit unverhüllten Käfigen gewonnen; von der Strahlwirkung sind also nur rund 90 Proz. auf direkte Bestrahlung zu rechnen.

Orientierung von F' zu F. Unter Benutzung der normalen Versuchsanordnung Fig. 1 wurden Messungen von s min., s norm., s max. in F bei festeingestellter Länge $F' = 0{,}5$ cm ausgeführt, und zwar dies in folgenden Stellungen: Für F' normal gelegen, d. h. mitten vor F in 31 cm Abstand, dann nach Verschiebung von F' nach links um 5 cm und dann um 10 cm, schließlich nach Verschiebung von F' nach rechts um 5 cm und dann um 10 cm. Die Werte s norm. änderten sich hierbei nicht; sie schwankten von 0,503–0,510, das Mittel aus allen auch sonstigen Messungen zu vorliegender Arbeit ist 0,5072. Es wurde s min. und s max. einmal für normale Schaltung, wie Fig. 1, d. h. die Kathoden von F und F' links, Anoden rechts, bestimmt und dann nach Vertauschen der Pole von F.

F' liegt	Pole normal		Pole von F vertauscht	
	s min.	s max.	s min.	s max.
10 cm links...	0,4562	0,5363	0,4565	0,5777
5 cm links...	0,4580	0,5320	0,4575	0,5711
mitten vor F.	0,4657	0,5588	0,4670	0,5671
5 cm rechts .	0,4819	0,5711	0,4788	0,5375
10 cm rechts .	0,4810	0,5764	0,4815	0,5391

Aus dem Verlaufe (s max. symmetrisch zur Mitte, s min. zusammenfallend unsymmetrisch) folgt

Satz 4. Der Strahlstoß des sendenden Funkens (F bzw. F') geht von allen seinen Teilen aus und wirkt spannungssenkend ausschließlich auf den Kathodenteil des empfangenden (also F' bzw. F).

Als Mittelwert aller Messungen mit $F' = 0{,}5$ cm, auch zu den weiteren Tabellen, ergab sich für die Mittelstellung [s max. — s norm.] zu 0,0503 und [s norm. — s max.] zu 0,0471.

In allen nachfolgenden Tabellen standen die Kathoden von F und F' fest, und zwar links, für Nullänge F und F' mitten voreinander. Nur die rechtsliegenden Anoden wurden bei Einstellung von F' und F bewegt. Die für die Strahlstoßwirkung maßgebenden Kathoden blieben so in gänzlich ungeänderter gegenseitiger Lage.

Meßergebnisse.

A. Strahlstoß von und auf F' mit Messingkugeln von je 2 cm ⌀.

In jeder der Tabellen I, II und III sind Meßwerte von s min., s norm., s max. mitgeteilt. Es waren

bei Tabelle I die Anoden von F' und F gekäfigt,

bei Tabelle II die Kathoden von F' und F gekäfigt,

bei Tabelle III war die Spannung auf F und F' symmetrisch verteilt, die Käfige geerdet (Tabelle III gibt zum Teil Doppelwerte, die unteren Werte wurden ohne K_0 bestimmt).

In Fig. 2 sind oben in den Kurvenzügen I, II und III die aus den Tabellen gewonnenen Werte von [s max. — s norm.] als Ordinaten zu F' als Abszissen dargestellt. Ein Blick zeigt, daß die Kurvenzüge I, II und III in einzelne Stücke zerfallen.

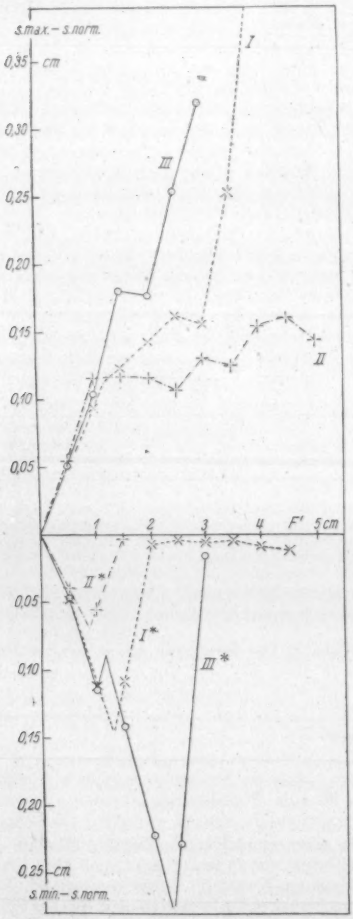

Fig. 2.
Oben: Schlagweitenvergrößerung von F durch F'.
Unten: Schlagweitenverkleinerung von F' durch F.

Tabelle I.

F' in cm	Anoden gekäfigt		
	s min. cm	s norm. cm	s max. cm
0,50	0,4560	0,5039	—
1,00	0,8384	0,9503	1,0440
1,50	1,0570	1,1651	1,2886
2,00	1,2925	1,2989	1,4423
2,50	1,3707	1,3745	1,5369
3,00	1,4507	1,4560	1,6119
3,50	1,6574	1,6617	1,9151
4,00	1,9513	1,9597	2,4015
4,50	2,1613	2,1735	2,7300
5,00	Überschl. Kathode nach Käfig		

Tabelle II.

F' in cm	Kathoden gekäfigt		
	s min. cm	s norm. cm	s max. cm
0,50	0,4691	0,5089	0,5633
1,00	0,9213	0,9765	1,0925
1,50	1,2148	1,1791	1,2960
2,00	—	1,3041	1,4206
2,50	—	1,3589	1,4657
3,00	—	1,3995	1,5297
3,50	—	1,4349	1,5600
4,00	1,4781	1,4638	1,6186
4,50	1,5018	1,4808	1,6413
5,00	1,4950	1,4965	1,6399

Tabelle III.

F' in cm	Symmetrische Spannung		
	s min. cm	s norm. cm	s max. cm
0,50	0,4624	0,5096	0,5605
1,00	0,8660	0,9810	1,0840
	0,8735	0,9905	1,1010
1,50	1,2369	1,3790	1,5597
	1,2305	1,3710	1,5527
2,00	1,4873	1,7100	1,8870
	1,4673	1,6815	1,8610
2,50	1,6690	1,8980	2,1510
	1,6830	1,8560	2,1100
3,00	2,0340	2,0490	2,3680

Satz 5. Die Wirkung des von F' ausgehenden Strahlstoßes auf F nimmt mit wachsendem F' nicht gleichmäßig zu, sondern ändert an

mehreren Knickstellen und Absturzstellen sprunghaft die Steilheit.

Die Beobachtung des Schlagraumes kurz vor Funkenausbruch zeigt

Satz 6. Diese Änderungen in der Strahlstoßwirkung fallen mit Änderungen der Entladungsform, welche einer Funkenbildung in F' unmittelbar vorausgeht, zusammen.

Im einzelnen:

Zu Kurve I Fig. 2 oben, F' wirkt auf F, gekäfigte Anoden:

Intervall 1, bis zu 1 cm, Funken aus Anfangsspannung;

Intervall 2, bis rund 3 cm, Funken wohl aus sehr schwachen, fast lichtlosen negativen Streifen;

Intervall 3, über 3 cm, starke Streifenentladung an der Kathode, während die Anode lichtlos bleibt.

Zu Kurve II Fig. 2 oben, F' wirkt auf F, gekäfigte Kathoden:

Intervall 1, wieder bis rund 1 cm, Funken aus Anfangsspannung;

Intervall 2, wieder bis rund 3 cm, an der Anode tritt ein sehr schwacher zentraler Lichtfaden auf;

Intervall 3, bis 7,5 cm, starker Lichtfaden (kurzstieliges positives Büschel) an der Anode von F'. Diese Entladungsform war recht labil, daher lag hier oft s min. über s norm.; es bestand starke Neigung zur Ausbildung von Glimmen an der Anode von F' mit sehr hohen Spannungen und hoher Lichtstoßwirkung;

Intervall 4, bei etwa 7 cm entsteht langstieliges positives Büschel vor Funkenausbruch in F'.

Zu Kurve III Fig. 2 oben, F' wirkt auf F, symmetrische Spannung:

Intervall 1, bis über 1 cm steiler Anstieg der Strahlstoßwirkung, Funken aus Anfangsspannung;

Intervall 2, nach Knickstelle ab 2 cm ein erneut steilster Anstieg, im Schlagraume war immer noch nichts vor Funkenausbruch zu sehen.

Aus den Tabellenwerten ist (am einfachsten durch eine Bildung der Differenz je zweier sich folgender Werte von s norm.) zu entnehmen, daß auch der Anstieg von s norm. sich intervallweise sprunghaft ändert. Es gilt:

Satz 7. Mit steilem Anstiege der Funkenspannung F' ist auch eine solche seiner Strahlstoßwirkung verbunden. Die Unstetigkeitsstellen im Verlaufe der Funkenspannung und der Strahlstoßwirkung von F' fallen nahe zusammen, die erste ist mit der von mir gefundenen Knickstelle identisch.

Der Quotient [s max. — s norm.] : s norm. ist nahe konstant, rund 9 Proz. relative Spannungssenkung in F durch den Funken F' in 31 cm Funkenabstand bei 5500 cm Kapazität.

In Fig. 2 sind unten in den Kurven I*, II*, III* die Werte [s min. — s norm.] dargestellt, also die Wirkung des Strahlstoßes F auf den Funken F'[1]).

Satz 8. Bestrahlung von F' bewirkt eine Senkung der Funkenspannung bei einpoliger Käfigung nur bis zur ersten Knickstelle im Verlaufe der Anfangsspannung. Bei symmetrischer Anordnung folgt nach einer Sprungstelle erneute verstärkte Senkung[2]).

Die Schlagweite F' für das Maximum der ersten Senkung liegt bei etwa 0,8 cm für II*, bei 1,0 cm für III*, bei 1,3 cm für I*, also in der Reihenfolge des Wertes der maximalen Feldstärke an der Kathode bei Funkenausbruch unter gleicher Funkenspannung.

B. Symmetrische Spannung für spitze Kathode gegenüber Kugelanode.

Die Anordnung zu der Tabelle IV war die normale, vgl. Fig. 1, mit den im Abschnitte „Versuchsanordnung" angegebenen Einzelheiten, d. h. z. B. Doppelwerte von Tabelle IVb gelten für Anblasen von F' mit Zimmerluft.

Man erkennt, indem man [s min — s norm] bildet: Eine spannungserniedrigende Wirkung von F auf F' ist nirgends vorhanden; dies war zu erwarten, da überall der Funken F' aus leuchtender Vorentladung hervorbrach.

Die Wirkung von F' auf F, also [s max. — s norm.], läßt mindestens zwei Intervalle stark unterschiedlichen Verhaltens erkennen, und zwar:

1) Eine hier bei Bestrahlung von F' nach Claußnitzers Messungen mit Quecksilberlampe (Physik. Zeitschr. **34** Nr. 21, 1933, S. 791) zu erwartende Spannungserhöhung bei Belichtung durch F kann die gewählte Meßart nicht erkennen lassen.

2) Dies entspricht dem doppelten Maximum bei Belichtung mit Quecksilberlicht. Vgl. Claußnitzer, l. c.

von 1 cm bis über 4 cm fast linearen Anstieg von Funkenspannung F' und von Strahlstoßwirkung von F' auf F, geringe Senkung beider durch Anblasen;

oberhalb 5 cm große Unregelmäßigkeiten in Funkenspannung und Strahlstoßwirkung, Anblasen erhöht die Strahlstoßwirkung.

Hinsichtlich der Entladungsvorgänge unmittelbar vor dem Funkenausbruche F' läßt sich unterscheiden (ohne Anblasen von F'):

Intervall 1, unterhalb 0,5 cm, Funken aus Anfangsspannung, d. h. lichtlose Vorprozesse;

Intervall 2, bis etwa 2 cm, negatives Büschel an Spitze, Anodenkugel lichtlos;

Intervall 3, bis etwa 5 cm, negatives trichterförmiges Büschel, positives ringförmiges Glimmen;

Intervall 4, über 5 cm, an Kathode erscheint im blaugrauen verblassenden Büschel ein rötlicher Lichtpfriem (d. h. Übergang zum negativen Stielbüschel); an der Anode erscheint nahe bei gleicher Schlagweite F' vor der positiven Glimmhaut ein Schleier aus feinsten 0,3–0,5 cm langen radialen bläulichen Lichtfäden, d. h. Beginn einer positiven Streifenentladung.

Tabelle IVa.

F' in cm	Symmetrische Spannung, bei F', spitze Kathoden und 2 cm ø Anoden		
	s min. cm	s norm. cm	s max. cm
0,50	0,2421	0,2457	0,2559
1,00	0,4877	0,4778	0,5353
1,50	0,7105	0,7225	0,7820
2,00	0,9636	0,9580	1,0628
2,50	1,1880	1,1866	1,3111
3,00	1,4209	1,4105	1,5638
3,50	1,6144	1,5915	1,7717
4,00	1,6880	1,6760	1,8910
5,00	2,0635	1,9962	2,2738
6,00	(2,27 bis 2,285)		
7,50	(Knickstelle für F überschritten)		

Tabelle IVb und IVc.

F' in cm	Symmetrische Spannung bei F', spitze Kathoden und 2 cm ø Anoden		
	s min. cm	s norm. cm	s max. cm
0,50	—	—	—
1,00	0,5218	0,5345	0,5762
	0,5276	0,5269	0,5706
1,50	—	—	—
2,00	0,9921	1,0012	1,0961
	0,9700	0,9787	1,0677
2,50	—	—	—
3,00	1,3992	1,4140	1,5280
	1,2641	1,2792	1,3870
3,50	—	—	—
4,00	1,7175	1,6778	1,9011
	1,5026	1,4997	1,6594
5,00	2,0089	1,9655	2,1522
	1,6990	1,7000	1,8503
6,00	2,4837	1,9927	2,6469
	1,9520	1,9292	2,1610
7,50	3,0270	3,1970	3,1220
	2,2100	2,2066	2,4694

Beim Anblasen von F' änderte sich in den Intervallen 1, 2 und 3 nichts Auffallendes. Im Intervall 4 beseitigte das Anblasen den negativen Pfriem und den positiven Lichtschleier. Die Lichtstoßwirkung geht durch Anblasen stark in die Höhe, fast in die Verlängerung der Kurve von Intervall 3; es wurde hier also eine Entladungsform durch Anblasen in eine andere, sonst nicht stabile verwandelt.

Interessant ist ein Vergleich der Werte [s max $-$ s norm.] : s max., d. h. der relativen Lichtstoßwirkung von F' auf F.

Satz 9. Die langen Funken bei spitzer Kathode mit ihrer kleinen Funkenspannung geben ebenso 9–10 Proz. durchschnittlich wie die Funken der Tabellen I, II und III.

Eine besondere Zusammenstellung der Ergebnisse im einzelnen erübrigt sich, da sie schon durch die hervorgehobenen Sätze 1–9 vorweggenommen ist. Allgemein folgt:

Satz 10. Mit der sprungweisen Änderung der funkenbildenden Entladungsform von Schlagweiten- zu Schlagweitenintervall ändert sich an gleichen Knickstellen nicht nur sprunghaft die Steilheit des Anstieges der Funkenspannung, sondern auch des Anstieges der Strahlstoßwirkung (auf einen zweiten Funken). Nur im ersten Intervalle wird umgekehrt die Funkenspannung eines Funkens durch den Strahlstoß eines zweiten gesenkt. Die erste Knickstelle fällt mit der von mir früher untersuchten zusammen.

Für die Normierung von Strahlstößen dürften sich Funken bis zu meiner Knickstelle oder aus negativen Streifenentladungen heraus besonders eignen.

Dresden, Institut für theoretische Physik.

(Eingegangen 6. Dezember 1933.)

Schallisolation plastischer, flüssiger und gekörnter Stoffe.

Von A. Gemant.

1. Einleitung.

Die in der Literatur vorhandenen Arbeiten über Schallisolation von Wänden befassen sich aus begreiflichen Gründen mit großen Wandflächen, welche aus Materialien bestehen, wie sie in der Praxis vorkommen. Es zeigte sich aus solchen Messungen[1]), daß in erster Linie die Masse pro Flächeneinheit maßgebend sei, andere Eigenschaften der Wand treten in den Hintergrund. Nun ist aber damit die Frage keineswegs endgültig abgeschlossen. Es ist durchaus denkbar, daß auch bei gegebener Masse noch Verbesserungen an der Schalldämmung zu erzielen sind.

Erstens kann man versuchen, dem Problem theoretisch nahezukommen. Gelingt es, Formeln für die Isolation aufzustellen, welche den tatsächlichen Verhältnissen gerecht werden, dann ersieht man aus ihnen, wo noch Eingriffe zur Verbesserung möglich sind. So hat Verfasser[2]) kürzlich gezeigt, daß bei gegebener Masse der Hauptgrund der verhältnismäßig ungünstigen Schallisolation in der Verteilung der Knoten und Bäuche liegt. Je ausgedehnter die Schwingungsbäuche sind, um so besser wird die Isolation, ein paradox scheinendes Ergebnis. Würde die Wand nur als Kolbenmembran schwingen und sich nicht verbiegen können, so wäre das Maximum der Isolation erreicht.

Ein weiterer, theoretisch möglicher Umstand liegt in der Erhöhung der inneren Reibung. Dadurch kommt ein Zusatzglied zur trägen Masse hinzu, welches, da frequenzunabhängig, sich besonders bei tiefen Frequenzen günstig auswirken muß.

Neben der theoretischen Behandlung des Problems kann man aber auch experimentell an die Frage herantreten. Man muß die Isolation von Wänden untersuchen, die man versuchsweise herstellt, und auf diese Weise zusehen, wie man Verbesserungen erzielen kann. Dieses eben genannte Ziel haben wir uns in der vorliegenden Arbeit gesteckt. Sie soll einen experimentellen Beitrag zur etwaigen Verbesserung der Schalldämmung von Wänden liefern.

Hierbei sind besonders drei Abarten von Stoffen untersucht worden, wobei allerdings auch solche darunter sind, welche praktisch als Wände unmittelbar nicht in Frage kommen. Sieht man aber, in welcher Richtung Verbesserungen überhaupt möglich sind, dann lassen sich solche Gesichtspunkte auch für die Praxis verwerten. Die Wände sind in der Praxis normalerweise mehr oder wenig elastische, feste, zusammenhängende Platten. Diese drei Eigenschaften haben wir der Reihe nach abgeändert.

Erstens kamen plastische Stoffe zur Untersuchung. Das sind solche, deren Elastizitätsmodul sehr niedrig ist; schon geringe Kräfte genügen zu ihrer Deformation, welche außerdem bestehen bleibt. Das hat einerseits einen Einfluß auf die Eigenfrequenz, da sie aber so schon tief liegt, hat das nicht viel zu bedeuten. Da die molekulare Struktur in plastischen Stoffen nicht so fest vorgeschrieben ist wie in Kristallen, wird hier die Deformation von molekularen Zusammenstößen begleitet, welche eine Erhöhung der inneren Reibung bzw. der Dämpfung bewirken. Daher kann man hier mit einer Erhöhung der Impedanz und damit der Isolation rechnen.

Zweitens sind wir vom festen Aggregatzustand abgegangen und untersuchten flüssige Stoffe, sowohl echte wie elastische Flüssigkeiten. Diese Reihe bildet in gewissem Grade eine Fortsetzung der ersten. Man hat also wieder mit erhöhter Dämpfung zu rechnen. Selbstverständlich sind solche Stoffe mittels einer dünnen, festen Unterlage gehalten worden. Sie stellen also gewissermaßen getrennte Masse und Elastizität (nämlich die der dünnen Unterlage) dar. Wenn auch die Ränder eines solchen Gebildes sämtlich fixiert sind, läßt sich doch vermuten, daß die Bezirke der Knoten etwas zugunsten der Bäuche eingeschränkt sind. Das würde aber eine Erhöhung der effektiven Masse und damit der Isolation mit sich bringen.

Drittens haben wir unzusammenhängende, d. h. gekörnte bzw. gepulverte Massen untersucht. Die Elemente einer solchen Wand sind also fest, im ganzen besteht aber kein Zusammenhang zwischen den Teilen. Eine solche Wand ist auch durch Unterlage zu halten. Für sie gilt ähnliches, was für flüssige Stoffe gesagt wurde, nur daß damit eher ein Weg für die praktische Verwirklichung angedeutet ist.

Wir wollen im folgenden zunächst die Methodik beschreiben und dann auf die Ergebnisse eingehen.

2. Versuchsanordnung.

Das Ausschlaggebende war, daß man mit einer kleinen Versuchswand auskommen sollte. Da nämlich die verschiedensten Stoffe zur Unter-

1) R. Berger, Dissertation München 1911; ferner E. Meyer, Zur Schallisolation von Einfachtrennwänden, Ber. d. Berl. Akademie, Phys.-Math. Klasse, 1931.

2) A. Gemant, Zur Theorie der Schallisolation von Wänden, Zeitschr. f. Phys., im Druck, 1934.

suchung gelangten, so wäre eine Herstellung derselben auf einer großen Fläche praktisch unmöglich. So schon war die Herstellung plastischer Proben recht schwierig.

Die kleine Dimensionierung der Anordnung brachte natürlich einen Übelstand mit sich. Die Ausbildung stehender Wellen läßt sich nämlich durch Heultöne nur in größeren Räumen einigermaßen beseitigen (groß im Verhältnis zur Wellenlänge), in einem kleinen Raum ist das nur unvollkommen ausführbar. Die Folge davon ist, daß mit der Veränderung der Frequenz die Schalldrücke mehr oder weniger ausgeprägte Maxima und Minima aufweisen. Zur Messung des Frequenzganges der Isolation eignet sich daher eine solche Apparatur nicht. Da es uns aber auf den Frequenzgang nicht ankam, nur auf den Vergleich verschiedener Stoffe, so war das nicht so nachteilig. Wir variierten bei jedem Stoff die Frequenz und nahmen Mittelwert für den durchgemessenen Frequenzbereich (von 200 bis 3200 Hz). Auf diese Weise kann man sich von den durch stehende Wellen bewirkten Störungen befreien.

Die kleine Versuchsfläche brachte es ferner mit sich, daß nur entsprechend dünne Platten untersucht werden können. Da nämlich die Eigenfrequenz

$$f_0 = 0{,}4\,\frac{l}{r^2}\sqrt{\frac{E}{\varrho}}$$

beträgt (l = Plattenstärke, r = Radius, E = Elastizitätsmodul, ϱ = Dichte), so muß bei kleinem r auch l entsprechend klein sein, damit f_0 unter dem verwendeten Frequenzbereich liegt und die Verhältnisse den wirklichen ähnlich bleiben. Mit $l \sim 0{,}2$ cm, $r = 9$ cm, $E \sim 10^4$ kg/cm² und $\varrho \sim 2$ wird f_0 etwa 70 Hz, und da unsere tiefste Frequenz 200 Hz betrug, so befinden wir uns immer oberhalb der Resonanz.

Im Prinzip war die Apparatur die von E. Meyer beschriebene (l. c.). Sind zwei Räume, der Hall- und Empfangsraum, durch die Versuchswand getrennt, so mißt man die Energiedichten E_1 und E_2 durch zwei Mikrophone. Dann ist die Isolation i

$$i = 10 \log \frac{E_1}{E_2} + 10 \log \frac{F}{A},$$

falls F die Fläche der Versuchswand und A die Gesamtabsorption des Empfangsraumes bedeuten. Letztere läßt sich etwa aus der Nachhallzeit berechnen.

Wir verwendeten zwei Kästen (Fig. 1, *a* und *b*) an Stelle von Räumen. Die Kantenlänge der Kästen war von der Größenordnung 0,5 m. Die Wände waren aus etwa 2 cm starkem Sperrholz, *a* hatte außerdem einen 2 mm starken Bleibelag. *a* war der Sendekasten, *b* der Empfangskasten. In *a* war ein Lautsprecher *c* angebracht, welcher durch einen Überlagerungssummer *d* gespeist war. *b* konnte auf die obere Seite von *a*

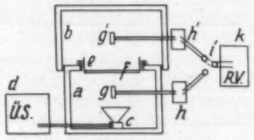

Fig. 1. Meßanordnung.

aufgepreßt werden. *a* enthielt oben ein kreisförmiges Loch von 20 cm Durchmesser, in welches stramm ein Messingring *e* paßte. Dieser wurde durch einen seitlichen Flansch mittels einer Gummidichtung auf *a* aufgeschraubt. Er mußte nämlich zwecks Zubereitung der Versuchswände abnehmbar sein. Die Versuchsfläche *f* wurde vorher jeweils am unteren Rand passend aufgebracht. Ihre Ränder waren mit Paraffin oben und unten vollständig gegen den Ring *e* abgedichtet.

In jedem der Kästen befand sich je eine Kondensatormikrophonkapsel *g* und *g'*, welche in Niederfrequenzschaltung zu je einem Vorverstärker *h* und *h'* und dann mittels des Umschalters *i* zu einem Röhrenvoltmeter *k* führten. Die Messung geschah so, daß man bei gegebener Frequenz (unter Verwendung eines Heulkondensators) die Ausschläge des Röhrenvoltmeters und damit die Spannungen an den Ausgängen von *h* und *h'* maß. Wir bezeichnen sie mit U_1 und U_2 für den Sende- und Empfangskasten. Da die Empfindlichkeit der beiden Mikrophone eine verschiedene ist, so können wir

$$\frac{E_1}{E_2} = \left(c\,\frac{U_1}{U_2}\right)^2$$

oder

$$i = 20 \log \left(c\,\frac{U_1}{U_2}\right) + 10 \log \frac{F}{A}$$

schreiben.

Fassen wir c und F/A in eine Konstante zusammen, so hat man

$$i = 20 \log \left(K \cdot \frac{U_1}{U_2}\right).$$

Das hat nämlich folgenden Sinn. Die Bestimmung der Nachhallzeit wollten wir uns ersparen. Dadurch erübrigt sich auch die Bestimmung des Empfindlichkeitsverhältnisses c. Die Ermittlung der zusammengefaßten Konstanten K erfolgte

allerdings etwas behelfsmäßigerweise so, daß wir den Ring, welcher die Versuchsstoffe enthält, frei, ohne jeden Stoff untersuchten. Dann muß offenbar $i = 0$ sein, d. h. sind die entsprechenden Spannungen U_{10} und U_{20}, dann ist

$$K = \frac{U_{20}}{U_{10}}.$$

Diese Methode für die Bestimmung der Konstanten K ist natürlich nicht absolut genau, und die Folge davon ist, daß unsere Isolationszahlen bis auf eine additive Konstante unsicher sind. Untereinander sind die i-Werte alle richtig, und das ist, da wir nur vergleichende Messungen ausführten, die Hauptsache.

Übrigens wird sich durch Vergleich mit anderen Autoren zeigen, daß die eben genannte Unsicherheit in der Konstanten K höchstens einige Phon ausmacht, d. h. daß die Methode im wesentlichen richtig ist. Was den Zahlenwert von K betrifft, so schwankte er zwar etwas, aber als Mittelwert verschiedener Einzelbestimmungen wurde 9,5 angenommen.

3. Die Normalgerade.

Wir geben nun als Beispiel eine Meßreihe an einer Preßspanplatte wieder. Sie war oberflächlich paraffiniert, damit die Luftporen keinen Schall durchlassen. Das Gewicht betrug 2,1 kg/m². Die Tabelle gibt die Frequenz in Hz, die beiden Spannungen U_1 und U_2 am Eingang des Röhrenvoltmeters und das Verhältnis der beiden. Man sieht, wie letzteres dreimal durch ein Maximum geht. Als Mittelwert für U_2/U_1 ergibt sich 0,76. Damit wird i (mit $K = 9{,}5$) 21,9 Phon.

Frequenz in Hertz	U_1 in mV	U_2 in mV	U_2/U_1
200	225	110	0,49
350	225	110	0,49
500	225	165	0,73
650	225	130	0,58
850	225	145	0,65
1000	225	180	0,80
1200	225	135	0,60
1400	225	110	0,49
1650	225	100	0,44
1900	225	145	0,65
2150	190	215	1,13
2450	125	205	1,64
2800	115	160	1,39
3200	75	40	0,53

In der Fig. 2 ist für dieses Gewicht der Wert 21,6 eingetragen, da sich jeder Meßpunkt als Mittelwert einiger Meßreihen berechnet. Die Gerade auf Fig. 2 ist als eine Art Normalkurve aufzufassen. Sie wurde aus Messungen an steifen Platten erhalten, für welche das Massengesetz sicher gelten muß. Die Kreuze, welche diesen Meßwerten entsprechen, sind an verschieden schweren Preßspanplatten, die beiden leichtesten an dünnem Pertinax und an einem Karton erhalten worden. Sie waren alle sorgfältig paraffiniert. Die hindurchgehende Gerade hat dieselbe Neigung wie die Kurve von Meyer (gestrichelt), also etwa 4 Phon bei Verdoppelung des Gewichts, nur liegt sie parallel nach oben verschoben und zwar um 3,5 Phon. Das beweist jedenfalls, daß unsere Methode für Vergleichsmessungen gut brauchbar ist. Ob die höhere Isolation infolge der sorgfältigen Vermeidung von Luftporen oder nur durch ungenaue Ermittelung der Konstanten K auftritt, ist übrigens nicht sehr wesentlich.

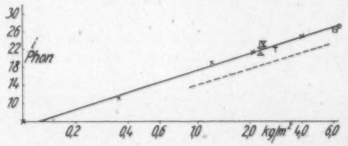

Fig. 2. Schallisolation steifer und plastischer Stoffe.
Ausgezogen = Normalgerade.
Gestrichelt = Gerade nach E. Meyer.
× Steife Platten aus Preßspan bzw. Pertinax.

□ ○ Schwerspat { steif / plast.
△ ▽ Gips { steif / plast.
⊤ ⊥ + Talkum { steif / mäßig plast. / sehr plast.

Bemerkenswert an ihr ist, daß sie herunter bis zu sehr leichten Wänden: 0,1 kg/m², erfüllt ist. Was die Fortsetzung der Kurve nach oben betrifft, so waren wir darin durch den relativ hohen Störpegel gehindert. Über $i = 26$ Phon dürften unsere Meßwerte schon nicht mehr einwandfrei sein, weshalb auch höhere Gewichte nicht zur Untersuchung gelangten. Das ergibt sich nämlich daraus, daß eine Bleiplatte von 23 kg/m² Gewicht, welche nach der Kurve 34 Phon Isolation haben müßte, nur eine solche von 29,5 Phon ergab. Diese letztere Zahl stellt demnach das Störniveau dar, welches durch die übrigen Trennwände hindurchkommt. Das bedeutet, daß die im folgenden von uns gemessenen Unterschiede in Wirklichkeit noch etwas größer sind, da sie durch den konstanten Störpegel immer etwas ausgeglichen werden.

4. Meßergebnisse an Versuchsflächen.

Wir betrachten zuerst die Versuchsergebnisse an plastischen Stoffen. Zu diesem Zweck mußten künstliche Versuchsplatten hergestellt werden derart, daß sie durch geringe Änderung der Zusammensetzung sowohl in steifer wie in plastischer Form gewonnen werden konnten. Es wurde

jeweils ein pulverförmiger Stoff mit einer warmen 4prozentigen wässerigen Gelatinelösung aufgeschwemmt. Nach Abkühlung und genügender Austrocknung entstanden so steife Platten. Fügt man mehr oder weniger Glyzerin dem Gemisch zu, dann wird in den meisten Fällen die entstehende Platte biegsam. Einige Schwierigkeiten macht es, die Platten in der gewünschten Größe (20 cm Durchmesser) einigermaßen plan und rißfrei zu erhalten.

Der Gußvorgang ging so vor sich, daß auf einer ebenen Unterlage und einer Schicht Filtrierpapier ein 2 mm-hoher Ring aus Hartgummi von 20 cm innerem Durchmesser aufgelegt war, welcher als Gußform diente. Die Schichthöhe betrug auch 2 mm. Durch das Filtrierpapier wurde eine möglichst gleichmäßige Austrocknung von oben und unten bezweckt. Darauf kommt es nämlich in erster Linie an. Aus demselben Grunde wurde nach etwa zwei Stunden das Ganze vorsichtig umgelegt, so daß die vorhin untere Fläche nach oben lag. Dieses Umlegen mußte von Zeit zu Zeit noch wiederholt werden. Auf diese Weise erhielt man brauchbare Platten.

Was die Mengenverhältnisse betrifft, so wurden etwa gleiche Gewichtsteile Pulver und Gelatinelösung verrührt, während der Glyzeringehalt etwa 10 Proz. des Gesamtgewichts ausmachte. Wir untersuchten auf diese Weise Talkum, Schwerspat und Gips (bei letzterem genügt reines Wasser zum Verrühren, die Glyzerinplatten sind bei Gips nicht ausdrücklich plastisch, nur weniger elastisch als die normalen).

Die Meßwerte der drei steifen Platten sind auf Fig. 2 eingetragen, ebenfalls die der plastischen (von Talkum eine mäßig und eine extrem plastische, also insgesamt vier). Man sieht, daß der Unterschied etwa 1 Phon ist, indem die plastischen höher isolieren. Da die Messungen öfter wiederholt sind, sind diese Unterschiede als Mittelwert mehrerer Messungen wenn auch klein, doch als sicher zu betrachten.

Etwas größer, nämlich 2 Phon, wird der Unterschied, falls man zu flüssigen Stoffen übergeht. Als solche sind Wasser und verschiedene Öle — darunter zwei mit Fließfestigkeit — untersucht worden. Wie erwähnt, befand sich jeweils eine dünne Pertinaxplatte auf den Messingring aufgekittet, auf welche dann die Flüssigkeiten aufgegossen wurden, wobei jeweils auf völlige und möglichst gleichmäßige Bedeckung geachtet wurde.

Die Meßergebnisse sind auf Fig. 3 eingetragen. Unten ist die Standardgerade aus Fig. 2 übertragen, und darüber befinden sich die Meßpunkte. Es ergeben sich parallel nach oben verschobene Geraden. Und zwar liegt der Normalgeraden am nächsten die für Transformatorenöl und Shellöl 4 BA (Viskosität etwa 200 Poise, Fließfestigkeit keine[1]). Dann folgt die Gerade für Shellöl B 13 (Viskosität etwa 1000 Poise, Fließfestigkeit etwa 600 Abs.). Noch höher ist die Isolation von Vaseline und die von Wasser.

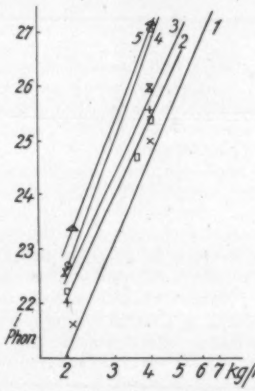

Fig. 3. Schallisolation flüssiger Stoffe.

1 Steife Platten (Normalgerade)	△ Wasser
2 Trafoöl und Shellöl ($f = 0$)	⧖ Shellöl ($f \sim 600$)
3 Shellöl ($f \sim 600$)	+ Shellöl ($f = 0$)
4 Vaseline	○ Vaseline
5 Wasser	□ Trafoöl
	× Steife Platten

Mit Ausnahme des letzteren ordnen sich die Flüssigkeiten nach ihrer Zähigkeit bzw. ihrer Dämpfung. Daß Wasser trotz niedriger Zähigkeit die höchste Isolation hat, spricht dafür, daß der zweitgenannte Umstand, nämlich die Verringerung der Knotenbezirke, auch eine ausschlaggebende Rolle spielt. Abgesehen von dem Unterschied von 2 Phon ist es aber jedenfalls bemerkenswert, wie ähnlich die Isolationswerte für Wände gleicher Masse aber so grundsätzlich verschiedener Zusammensetzung sind. Das spricht jedenfalls dafür, daß die Theorie der Biegeschwingungen richtig ist. Was sich hier verbiegt, ist natürlich die dünne Pertinaxplatte, das Wasser wird einfach mitbewegt.

Was nun die gepulverten bzw. gekörnten Wände betrifft, so verhielten sich leichte Pulver anders als schwere, was aber an der besonderen Versuchsanordnung liegt und unwesentlich zu sein scheint.

1) A. Gemant, Viskosität und Fließfestigkeit zäher Mineralöle, Berl. Ber. 1932.

Maßgeblich sind die Versuche an spezifisch schweren Körnern wie Schwerspat und Sand. Die Zahlen sind auf Fig. 4 eingetragen. Die Normalgerade ist wiederum zu sehen. Dann folgt nach oben eine Gerade für gewöhnlichen Sand, Seesand und Schwerspat und noch weiter die für

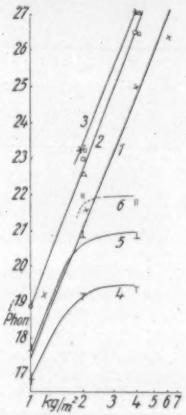

Fig. 4. Schallisolation gekörnter Stoffe.

1 Normalgerade	△ Schwerspat
2 Gewöhnlicher Sand, Seesand, Schwerspat	+ Quarzsand
3 Quarzsand	□ Seesand
4 Talkum	○ Gewöhnlicher Sand
5 Kalziumkarbonat	× Steife Platten
6 Glaspulver	‖ Glaspulver
	⊥ Kalziumkarbonat
	⊤ Talkum

Quarzsand. Der Unterschied ist hier ebenfalls bis 2 Phon, wie bei Flüssigkeiten. Sie verhalten sich also sehr ähnlich; infolge der unzusammenhängenden Struktur sind weniger Knotenbezirke vorhanden.

Die leichten Pulver zeigen nicht nur keine erhöhte Isolation, sondern nähern sich bei Überschreiten eines gewissen Gewichtes einem Grenzwert, so daß bei höheren Gewichten die Isolation stark zurückbleibt. Das liegt vermutlich daran, daß an den Stellen höchster Amplitude die Pulver einfach fortgeschleudert worden sind, so daß nur eine geringere Menge zurückblieb. Dadurch nahm die Isolation ab. Das konnte man nachher durch Besichtigung der dem Schall ausgesetzten Membranen feststellen. Je leichter die Pulver waren (in der Reihenfolge Glaspulver, Kalziumkarbonat, Talkum), um so mehr wichen sie vom normalen Verhalten ab und bei um so kleineren Gewichten (kg/m²) näherten sie sich einem Grenzwert.

Wesentlich jedenfalls ist nur das Verhalten der schweren Pulver, welche ein solches Fortschleudern nicht zuließen. Wenn auch die Verbesserung normalen Wänden gegenüber nur klein ist, so ist es nicht ausgeschlossen, daß hier ein Hinweis auf eine etwaige Anwendung vorliegt. In allen Fällen, wo dies die Umstände zulassen, ist demnach eine unzusammenhängende Struktur günstiger. Natürlich müßte die Isolationszunahme größer sein, wenn es sich lohnen sollte, die technische Verwertung dieses Befundes ins Auge zu fassen.

5. Zusammenfassung.

1. Es wird eine Methode beschrieben, welche gestattet, Messungen von Schallisolation an kleineren Versuchsplatten auszuführen, falls es nicht auf den Frequenzgang, sondern auf vergleichende Messungen an verschiedenen Stoffen ankommt.

2. Mit dieser Anordnung wird die logarithmische Abhängigkeit der Isolation von der spezifischen Masse auch für sehr leichte Wände, hinunter bis zu 0,1 kg/m², nachgewiesen.

3. Plastische Membranen — hergestellt durch Zusatz von Glyzerin — haben eine um 1 Phon höhere Isolation als steife Membranen, wahrscheinlich infolge zusätzlicher Dämpfung.

4. Flüssigkeiten wie Wasser und Öle isolieren bis 2 Phon höher als feste Stoffe.

5. Gekörnte Stoffe, z. B. Sand, isolieren auch um 2 Phon höher als zusammenhängende. Die Ursache ist in den beiden letzteren Fällen wahrscheinlich eine Verringerung der Knotenbezirke, wodurch die effektive Masse und damit die Isolation erhöht wird.

Herrn Präsidenten Wagner danke ich bestens für vielfache Unterstützung, der Notgemeinschaft der Deutschen Wissenschaft für Beihilfe zur vorliegenden Arbeit.

Berlin, Heinrich-Hertz-Institut für Schwingungsforschung.

(Eingegangen 22. Dezember 1933.)

Flächengitterinterferenzen mit Elektronenstrahlen an dünnen Silberschichten.

Von Hans Lassen.

Im Rahmen einer größeren Untersuchung, welche auf Anregung von Herrn Prof. K. Försterling in Angriff genommen wurde, und die Erforschung der Struktur und Eigenschaften dünner Metallschichten mit verschiedenen Methoden zum Gegenstand hat, habe ich dünne Silberfolien hergestellt und diese mit durchgehenden Elektronenstrahlen (von 30000 bis 35000 Volt Geschwindigkeit) untersucht. Die Silberfolien wurden nach dem Vorgang von E. Rupp[1]) durch Aufdampfen auf Steinsalz im Hochvakuum hergestellt. Solche Folien sind vielfach mit schnellen Elektronenstrahlen untersucht worden, es ergaben sich im allgemeinen normale Debye-Scherrer-Ringe. Bei meinen Untersuchungen, bei denen zur Verdampfung des Silbers ein neues Verfahren angewandt wurde, erhielt ich neben solchen Debye-Scherrer-Ringen in vielen Fällen gänzlich neuartige Beugungsbilder, welche sich schematisch als Flächengitterinterferenzen deuten lassen.

Bei der Herstellung der Folien wurde auf größte Sauberkeit geachtet. Der Verdampfungsofen ist in Fig. 1 skizziert. In einem Glaskolben aus Jenaer Glas liegt in einem Porzellantiegel (1) ein Stück Silberblech[2]) (2). Über dem Tiegel befindet sich eine polierte Steinsalzplatte (3), die von einem Halter (4) aus Eisen gehalten wird, der von außen durch einen Magneten bewegt werden kann. Durch eine von außen herangebrachte Induktionsspule, welche mit Hochfrequenzstrom beschickt wird, wird das Blech zum Glühen gebracht. Silber verdampft bereits aus dem glühenden festen Zustand. Der Silberdampf schlägt sich auf der Oberfläche der Steinsalzplatte nieder. Die Niederschläge waren spiegelblank. Das Gefäß wurde bei jedem Versuch gereinigt und vor der Verdampfung 2 Stunden bei einer Temperatur von etwa 300° C unter Vakuum ausgeheizt. Die Quecksilberdämpfe von der Diffusionspumpe wurden mit flüssiger Luft ausgefroren. Als einzige Quelle einer eventuellen Verunreinigung befand sich am Verdampfungsgefäß ein Schliff, der mit dem Fett M der Firma Leybold gefettet war. Das Vakuum im Verdampfungsgefäß wurde nicht genau gemessen, ein Induktor mit 4 cm Funkenstrecke Spitze–Platte gab in einer Entladungsröhre keine Entladung mehr. Die Verdampfungszeiten lagen zwischen 1 Sekunde bis 5 Minuten. Nach erfolgter Verdampfung wurde die Silberschicht mit Wasser abgelöst. Die auf dem Wasser schwimmende Folie wurde mit einem durchlochten Bronzeblech aufgefangen, so daß sie über dem Loch ausgespannt war. Die Folien waren alle vollkommen durchsichtig und in der Durchsicht je nach der Dicke blaßblau bis himmelblau.

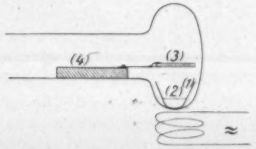

Fig. 1. Apparat zur Erzeugung von Metalldampf-Niederschlägen mittels induktiver Hochfrequenzheizung.

Fig. 2 zeigt das Elektronenstrahlrohr, das eine besonders einfache Bauart hat. Die Glühkathode liegt auf Hochspannung. Das geerdete Messingrohr dient als Anode. Der Elektronenstrahl passiert zwei Blenden, die im Abstand 10 cm voneinander stehen und Durchmesser von 0,2–0,3 mm besitzen. Hinter der zweiten Blende wird die zu untersuchende Folie durch einen Schliff seitlich eingeführt, die Folienfläche stand bei allen Aufnahmen ungefähr senkrecht zum Elektronenstrahl. Am Ende des Rohres befindet sich (im Abstand 29,4 cm von der Folie) der photographische Film[1]) (Durchmesser 5 cm), der durch eine Kappe gehalten wird. Eine zweite Kappe schließt durch einen Schliff das Rohr nach dieser Seite vakuumdicht ab.

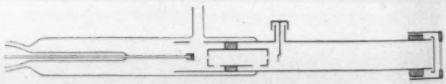

Fig. 2. Elektronenstrahlrohr.

Das Elektronenstrahlrohr wurde mit 30000 bis 35000 Volt Gleichspannung und 0,2 mA Strom betrieben. Eine besondere Kühlung des Rohres ist bei dieser kleinen Leistung nicht notwendig. Die Exposition wurde durch Ein- und Abschalten der Spannung bewirkt; die Belichtungszeiten betrugen 5–10 Sekunden.

Die Spannung wurde mit einer Gleichrichteranlage (500 Hertz, 1 Ventilröhre, 6000 cm Parallelkapazität) erzeugt und kann bei der kleinen Belastung als konstant angesehen werden. Die Spannung konnte mit einem selbstgebauten elektrostatischen Voltmeter genau gemessen werden.

1) Ann. d. Phys. **85**, 981, 1928.
2) Chemisch reines Silber der Gold- und Silberscheideanstalt Frankfurt.

1) Agfa, phototechnischer Film A.

Versuchsergebnisse: In manchen Fällen ergaben sich als Beugungsbild die bekannten

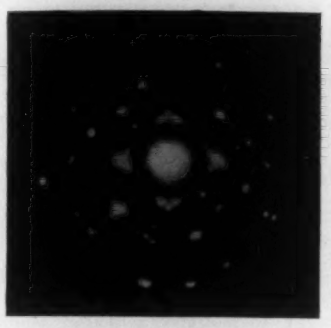

Fig. 3.

Debye-Scherrer-Ringe. Es wurden fünf Beugungsringe beobachtet. Die beobachtete Lage dieser Ringe ist in Fig. 4 in natürlicher Größe eingezeichnet (35000 Volt Elektronengeschwindigkeit, 29,4 cm Abstand Folie–photographischer Film). Die Millerschen Indizes der Netzebenen des Silber-Kristallgitters, an denen die Reflexion der Elektronenstrahlen erfolgt, sind für jeden Ring seitlich angegeben. Es sind dies Netzebenen, welche zu einer Würfelkante parallel liegen [(002), (022), (024)], und solche, welche zu einer Flächendiagonalen des Würfels parallel liegen [(111), (113)].

In vielen Fällen wurden aber keine Debye-Scherrer-Ringe, sondern vorwiegend punktförmige Interferenzen erhalten. Fig. 3 zeigt eine besonders gut ausgeprägte Aufnahme dieser Art. Die Interferenzpunkte sind offenbar nach einem quadratischen Schema angeordnet. Das Beugungsbild läßt sich rein schematisch durch Beugung der Elektronenstrahlen an einem Flächengitter deuten. Silber hat ein flächenzentriert-kubisches Raumgitter. Wir greifen aus einem Silberkristall eine Elementarzelle (-würfel) heraus, und betrachten die Gesamtheit der Atome, welche mit denen einer Würfelfläche in einer Ebene liegen. Diese bilden ein quadratisches Flächengitter mit dem Atomabstand $\frac{a}{\sqrt{2}}$, wenn a die Kantenlänge des Elementarwürfels ist. Infolge der Kleinheit der Beugungswinkel (wenige Grad) bilden die Beugungspunkte ebenfalls ein quadratisches Netz, wenn wir der Versuchsanordnung entsprechend annehmen, daß der Elektronenstrahl senkrecht auf das Flächengitter auffällt. Ist D der Abstand Folie–photographische Platte, so folgt für die Seitenlänge des quadratischen Netzes der Interferenzpunkte:

$$b = D \operatorname{tg} \vartheta = D \cdot \vartheta ,$$

worin entsprechend der Interferenzbedingung für das Flächengitter vom Atomabstand $d = \frac{a}{\sqrt{2}}$ ($d \sin \vartheta = h \cdot \lambda$ für $h = 1$):

$$\sin \vartheta = \vartheta = \frac{\lambda}{\frac{a}{\sqrt{2}}}$$

zu setzen ist. Also folgt:

$$b = \frac{D \cdot \lambda \cdot \sqrt{2}}{a} .$$

Mit $D = 29{,}4$ cm, $\lambda = 0{,}064$ Å (35000 Volt), $a = 4{,}08$ Å folgt:

$$b = 0{,}65 \text{ cm}.$$

Mit diesem Abstand ist das Interferenzbild in Fig. 4 gezeichnet. Die Lage der Interferenzpunkte stimmt quantitativ mit der beobachteten in Fig. 3 überein. Fig. 3 kann also als ein direktes Abbild der Lage der Atome in der Würfelfläche eines Silberkristalls aufgefaßt werden. Die schwarzen Punkte in Fig. 4 entsprechen dann den Atomen in den Eckpunkten der Würfelfläche, die weißen Punkte den in der Mitte liegenden Atomen.

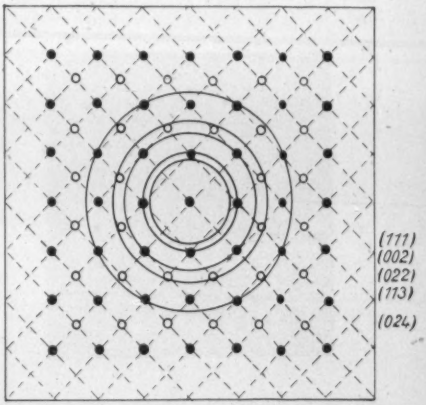

Fig. 4. Schematisches Flächengitterinterferenzbild, berechnet für das zur Würfelfläche parallele Flächengitter des Silberkristalls. Natürliche Größe im Abstand 29,4 cm, $\lambda = 0{,}064$ Å (35000 Volt). Die eingezeichneten Kreise geben die Lage der in manchen Fällen beobachteten Debye-Scherrer-Ringe an.

Fig. 5 zeigt ein anderes beobachtetes Flächengitterinterferenzbild. Neben den in Fig. 4 gezeichneten Interferenzpunkten treten weitere Punkte auf, welche kreuzförmig um je einen dieser Punkte angeordnet sind. Fig. 6 ist eine Übergangsform zum Flächengitterinterferenzbild. Hier ist die Lage der Debye-Scherrer-Ringe noch zu erkennen.

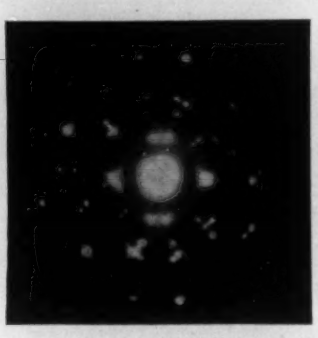

Fig. 5.

In einem besonderen Fall wurde das Interferenzbild Fig. 7 erhalten. Die Lage der Interferenzpunkte stimmt quantitativ mit derjenigen der schwarzen Punkte in Fig. 4 überein. Der Abstand ist $0{,}65 \cdot \sqrt{2} = 0{,}92$. Hier sind gegenüber Fig. 3 diejenigen Interferenzpunkte ausgelöscht, welche den in der Mitte der Würfelfläche liegenden Atomen entsprechen. Fig. 8 zeigt eine Übergangsform zu diesem Interferenzbild, wo neben den entsprechend gelegenen Interferenzpunkten die Debye-Scherrer-Ringe noch schwach sichtbar sind. Ähnliche Beugungsbilder wie in Fig. 7 und 8 sind von J. J. Trillat und Th. v. Hirsch[1]) an gehämmerten Gold- und Platinfolien gefunden und als Beugung an deformierten Einkristallen gedeutet worden. Die Folien unterscheiden sich von meinen dadurch, daß sie einer starken mechanischen Bearbeitung unterworfen waren, während die von mir untersuchten Folien im freien Wachstum entstanden sind. In beiden Fällen können also entsprechende Strukturen auftreten. Das Ablösen der Metallschichten von der Unterlage und Aufspannen auf dem Folienhalter ist, wie sich durch Vergleich von verschiedenen Folien aus ein und derselben Schicht ergibt, ohne merklichen Einfluß auf die Struktur.

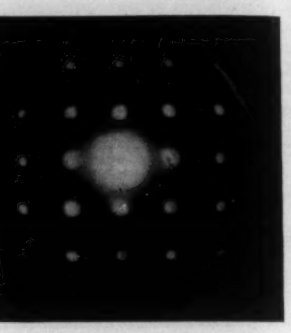

Fig. 7.

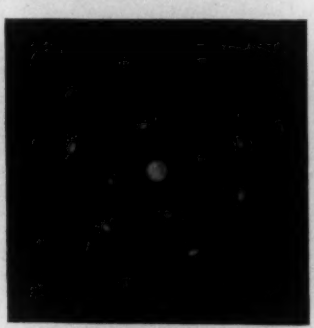

Fig. 6.

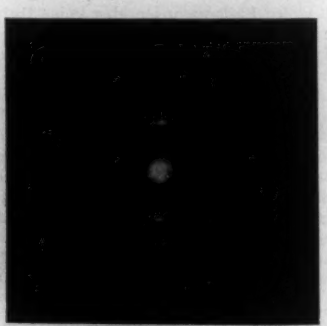

Fig. 8.

Flächengitterinterferenzen sind von F. Kirchner[2]) an Kollodium und Zelluloid

1) Zeitschr. f. Phys. **75**, 784, 1932.
2) Naturwiss. **19**, 463, 1931.

gefunden worden, von S. Kikuchi[1]) an Glimmer. W. L. Bragg und F. Kirchner[2]) haben eine Erklärung für das Auftreten solcher Flächengitterinterferenzen gegeben. Wird ein sehr dünner Kristall senkrecht zu einer Fläche mit Elektronenstrahlen kleiner Wellenlänge durchstrahlt, so berechnet sich der Interferenzvorgang infolge der geringen Ausdehnung des Kristalls in Richtung des Strahles so, als sei nur das zum Strahl senkrechte Flächengitter vorhanden. Das Auftreten der Flächengitterinterferenzen ist danach eine Eigenschaft der geringen Dicke der Schicht und nicht etwa von vornherein an Stoffe von bestimmter Elementarstruktur gebunden.

Die Fläche der aufgedampften Schicht betrug etwa 3–4 cm². Folien von verschiedenen Stellen der Schicht lieferten immer annähernd gleiche Beugungsbilder. Es ist also so, daß verschiedene Schichten verschiedene Strukturen aufweisen, daß aber ein und dieselbe Schicht durchweg dieselbe Struktur besitzt und nicht etwa, wie dies bei den gehämmerten Folien beobachtet wurde, an verschiedenen Stellen eine verschiedene Struktur. Die Dicke der Schichten wurde nicht bestimmt.

Aus den vorhandenen Aufnahmen können wir schließen, daß die nach dem besonderen Verfahren durch Aufdampfen auf Steinsalz im Hochvakuum hergestellten Silberfolien häufig Einkristallstruktur besitzen, wobei eine Würfelfläche parallel zur Folienebene liegt. Da der Elektronenstrahl einen Querschnitt von weniger als $^1/_{10}$ mm² besitzt, gilt diese Aussage für ein entsprechend kleines Stück der Folie. Die Frage, ob die an den verschiedenen Stellen der aufgedampften Schicht befindlichen „Einkristalle" unter sich geordnet sind, bedarf einer besonderen Untersuchung.

1) Vgl. E. Rupp, Naturwiss. **17**, 174, 1929.
2) Nature **127**, 738, 1931.

Köln, Institut für technische Physik der Universität. (Eingegangen 11. November 1933.)

Historische Bemerkung zu den Notizen von J. Zahradníček über die Messung des absoluten thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten.

(Physik. Zeitschr. 34, 386, 624, 1933.)

Von E. Hiedemann.

Die Mitteilungen von E. Zahradníček über die verbesserte Form des Dulong-Petitschen Apparates zur Messung des absoluten thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Flüssigkeiten, deren praktische Brauchbarkeit und meßtechnische Vorzüge auch von mir (Physik. Zeitschr. **32**, 223, 645, 1931) betont wurden, haben mich veranlaßt, nach dem ersten Urheber dieser Anordnung zu suchen. Die Apparatur wurde in der jetzigen Form bereits von V. Biernacki (Zeitschr. f. phys. u. chem. Unterr. **13**, 217, 1900) veröffentlicht. Der Gedanke der Anordnung liegt noch viel weiter zurück; er stammt von H. Militzer (Pogg. Ann. **80**, 55, 1850). H. Militzer verwendete zwei Barometer in verschiedenen Wasserbädern und hat bereits ausführlich alle Vorteile dieser Anordnung vor der Dulong-Petitschen Form beschrieben. Daß diese Arbeiten in Vergessenheit gerieten, dürfte darin begründet sein, daß für meßtechnische Zwecke die Mängel der Dulong-Petitschen Anordnung bei den klassischen Untersuchungen von M. Thiesen, K. Scheel und H. Diesselhorst (Wiss. Abh. d. Physik.-Techn. Reichsanst. **3**, 1, 1900) auf andere Weise vermieden werden konnten. Für Praktikumszwecke ist aber bis jetzt die auf Militzer zurückgehende Anordnung die zweckmäßigste.

Physikal. Institut der Universität Köln.

(Eingegangen 6. Oktober 1933.)

BESPRECHUNGEN.

L. Lichtenstein, Gleichgewichtsfiguren rotierender Flüssigkeiten. Gr.-8°. VIII u. 174 S. Mit 4 Abb. Berlin 1933. J. Springer. RM 15.60.

Dieses letzte Werk des inzwischen Verstorbenen gibt eine zusammenhängende Darstellung einer größeren Reihe eigener Untersuchungen sowie der seiner Leipziger Schüler aus den letzten Jahren über neue Existenz- und Stabilitätssätze der Gleichgewichtsfiguren homogener und heterogener Flüssigkeiten. Von den behandelten kosmogonisch besonders interessierenden Problemen seien genannt die über die Gestalt des Weltmeeres, über die Figur der Erde, über die Laplacesche Theorie des Erdmondes, über flüssige Doppel- und Mehrfachsternsysteme und schließlich über den Laplaceschen Urkörper. Meist konnte der Stoff gegenüber den Originalveröffentlichungen einfacher und einheitlicher behandelt werden. R. Hermann.

E. Saenger, Raketenflugtechnik. Gr.-8°. IX u. 231 S. Mit 92 Abb. u. 34 Zahlentafeln. München 1933. R. Oldenbourg. RM 8.50, geb. RM 9.80.

Endlich ein Buch, das nach den zahlreichen, oft sehr phantastischen Bearbeitungen dieses

Themas, in sachlicher, kritischer Weise die grundlegenden mit dem Raketenflug zusammenhängenden Fragen sichtet und die durch den heutigen Stand der Wissenschaft und Technik gegebenen Lösungsmöglichkeiten erörtert. Nicht nur der Ingenieur, auch der Physiker wird darin eine große Reihe von Problemen in klarer Form zusammengestellt finden, die z. T. noch vollständig der Lösung harren, oder deren Bearbeitung gerade erst begonnen hat, so, um einige zu nennen, die Vorgänge bei der Verbrennung der Treibstoffe im Raketen„ofen" (Gasdissoziation), die Auswahl der zweckmäßigsten Treibstoffe, die Luftkräfte auf das Raketenflugzeug und dessen günstigste Formgebung bei Überschallgeschwindigkeiten und schließlich die Berechnung der günstigsten Auf- und Abstiegsbahnen.

R. Hermann.

Veröffentlichungen des wissenschaftlichen Zentral-Laboratoriums der photographischen Abteilung, Agfa. Bd. III. Mit 193 Abb. im Text. Leipzig 1933. S. Hirzel. Kart. RM 15.—.

Das wissenschaftliche Zentrallaboratorium der Agfa brachte zu der photographischen Ausstellung „Die Kamera" in Berlin, November 1933, den dritten Band seiner Veröffentlichungen heraus. Er ist bei seinen 29 Abhandlungen stattlicher ausgefallen als seine beiden Vorgänger und behandelt wiederum praktische Probleme der Photographie, die mit Hilfe chemischer und physikalischer Methoden zu lösen versucht werden. So sind verschiedene Aufsätze der Verbesserung photographischer Materialien sowie der Weiterentwicklung der Infrarot-, Farben- und Tonphotographie gewidmet, aber auch die Ausarbeitung geeigneter Prüfverfahren und Leistungsnormen spielt neben den Untersuchungen über rein theoretische Probleme wie Solarisation und latentes Bild eine Rolle.

Jeden der zahlreichen Beiträge einzeln zu referieren, ist an dieser Stelle nicht möglich; ohne die Bedeutung der Aufsätze schmälern zu wollen, die den Photochemiker oder praktischen Photographen in erster Linie interessieren, wie solche aus den Gebieten der Sensitometrie, Photochemie, Sensibilisierung, Farbensensitometrie und Farbenphotographie, sei hier nur kurz auf Beiträge verwiesen, die in das Arbeitsgebiet des Physikers fallen könnten.

Über „Die Leistungsfähigkeit photographischer Schichten in der Spektralphotographie aller Wellenlängen" und den „Stand der Infrarotphotographie" gibt der Herausgeber dieser Veröffentlichungen, Prof. J. Eggert, einen umfassenden Überblick, dem sich ein Artikel von Arens über „Spektralphotometrie im kurzwelligen Ultraviolett" anschließt. „Über die Körnigkeit und das Auflösungsvermögen photographischer Schichten" berichtet Küster, während Brandes und R. Schmidt zwei neue photographische Registriergeräte behandeln, die auf photoelektrischem Wege arbeiten: den Sensitographen und den Gammagraphen.

Weitere Beiträge, die den Physiker interessieren, sind: Luft, „Der Schwarzschildeffekt bei Röntgenaufnahmen" und „Radiographie mit Gammastrahlen" sowie schließlich: Eggert und Luft: „Untersuchungen zur photographischen Wirkung der Alphastrahlen". In das Gebiet der angewandten Physik bzw. des Tonfilms fallen zwei Arbeiten von Küster und Schmidt. Die eine lautet: „Die Beurteilung der Wiedergabegüte von Tonaufzeichnungen in Sprossenschrift auf Grund sensitometrischer Daten"; die andere behandelt: „Ultrakurzzeitsensitometrie und Schwarzschildeffekt mit besonderer Berücksichtigung der Verfahren mit variabler Belichtungszeit".

Wenn auch manche der im III. Band niedergelegten Veröffentlichungen dieses anerkannt guten Industrielaboratoriums mitunter aus begreiflichen Gründen die Angabe der einzelnen, genaueren Versuchsergebnisse vermissen läßt, so ist doch dieser, wiederum mustergültig ausgestattete Band bei der Vielseitigkeit seines Inhalts eine wertvolle Bereicherung der wissenschaftlich-photographischen Fachliteratur.

Rzymkowski.

Berichtigung

zur Arbeit von J. Hiegemann, „Absolute Messung der Absorption von Elektrolytlösungen in Glyzerin und Glyzerin-Wassergemischen in hochfrequenten elektrischen Feldern." Physik. Zeitschr. **35**, 91, 1934: Fig. 2 gehört zum Text von Fig. 1 und umgekehrt.

NACHRICHTEN.

Ferienkurs in Spektroskopie, Interferometrie, Nephelometrie und Refraktometrie in Jena vom 15.—21. März. Anmeldungen bis spätestens 10. März an Herrn A. Kramer, Jena, Wilhelm-Frick-Str. 72.

Habilitiert: An der Technischen Hochschule Warschau Dr. Ing. T. Urlanski für Chemie.

Ernannt: Der Privatdozent für Physik an der Universität Erlangen Dr. Walther Rump zum a. o. Professor ebenda, der a. o. Professor für Pyrochemie und Metallkunde an der Technischen Hochschule Berlin Dr. William Guertler zum ord. Professor ebenda, der a. o. Professor an der Universität Würzburg Dr. Ludwig Ebert zum ord. Professor für Physikalische Chemie und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Karlsruhe, der Privatdozent an der Universität Freiburg i. Br. Dr. Johann Böhm zum a. o. Professor für Physikalische Chemie ebenda, Dr. Angelo Mangini zum Dozent für angewandte Chemie an der Universität Bari.

Gestorben: Der frühere ord. Professor der chemischen Technologie, organischen und Elektrochemie an der Technischen Hochschule Aachen Geh. Regierungsrat Dr. Alexander Classen, der frühere ord. Professor an der Universität Berlin und Direktor des Kaiser-Wilhelm Institutes für physikalische und Elektrochemie in Berlin-Dahlem Geh. Regierungsrat Dr. Fritz Haber, der Ramsay Professor für chemische Ingenieurwissenschaft am University College in London Dr. William Edward Gibbs.

Für die Schriftleitung verantwortlich Prof. Dr. P. Debye in Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck: Bibliographisches Institut AG., Leipzig.